Научная статья
УДК 524.8
DOI: https://doi.org/10.18127/j20700970-202403-09

Новый подход к анализу космологических параметров в мультиполевой космологии

К.А. Большакова[1], С.В. Червон[2]

[1, 2] Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова (г. Ульяновск, Россия)
[2] Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (Москва, Россия)
[2] Казанский федеральный университет (г. Казань, Россия)
[1] bolshakova.ktrn@gmail.com, [2] chervon.sergey@gmail.com

Аннотация

Постановка проблемы. В настоящее время для модели космологической инфляции с одним скалярным полем разработан способ вычисления космологических параметров, таких как спектр мощности скалярных и тензорных возмущений, их спектральные параметры, тензорно-скалярное отношение. В случае мультиполевой конфигурации однозначного метода расчета космологических параметров не разработано. Предлагается новый эффективный алгоритм нахождения космологических параметров в тензорно-мульти-скалярной теории гравитации (ТМС ТГ), описывающей эпоху ранней инфляции Вселенной.

Цель. Разработать новый метод сведения трехполевой модели ТМС ТГ к модели с одним скалярным полем.

Результаты. Предложен новый подход, основанный на использовании частного случая аналитического решения в многополевой космологической модели для установления функциональной связи между полями.

Практическая значимость. Разработанный метод дает возможность вычисления космологических параметров и их сопоставления наблюдательным данным.

Ключевые слова

Тензорно-мульти-скалярная теория гравитации, космологическая инфляция, киральная космологическая модель

Исследование выполнено при финансовой поддержке в рамках Дополнительного соглашения №073-03-2024-060/1 от 13.02.2024 к Соглашению о предоставлении субсидии из федерального бюджета на финансовое обеспечение выполнения государственного задания на оказание государственных услуг (выполнения работ) № 073-03-2024-060 от 18.01.2024, заключенным между ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова» и Министерством просвещения Российской Федерации.

Авторы благодарны участникам семинара Лаборатории гравитации, космологии, астрофизики УлГПУ, принимавших участие в обсуждении данного материала.

Для цитирования

Большакова К.А., Червон С.В. Новый подход к анализу космологических параметров в мультиполевой космологии // Нелинейный мир. 2024. Т. 22. № 3. С. 91–103. DOI: https://doi.org/10.18127/j20700970-202403-09

A brief version in English is given at the end of the article

Введение

Теория космологической инфляции возникла в связи с необходимостью решения тупиковых проблем для теории Большого взрыва (БВ) (проблемы горизонта, плоскостности, монополей, образования галактик). Включение скалярного поля в описание космологической инфляции на ранней стадии эволюции Вселенной позволило достичь важного прогресса в решении тупиковых проблем БВ и представить механизмы формирования крупномасштабной структуры Вселенной на основе квантовых флуктуаций в инфляционную эпоху [1–4]. Система уравнений самогравитирующей модели самодействующего скалярного поля представляет собой достаточно сложную нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений в рамках модели однородной и изотропной Вселенной. Именно поэтому точные решения в моделях скалярного поля в космологии были найдены практически десять лет спустя [5–8]. Следует отметить, что, основываясь на точных решениях скалярной космологии можно непосредственно находить параметры космологических возмущений без анализа уравнений линейных возмущений [9, 10].

Алгоритм вычисления космологических параметров, необходимых для согласования по наблюдательным данным со спутников WMAP, Planck, в рамках модели одиночного скалярного поля, достаточно хорошо разработан [10, 11]. Существует несколько методов нахождения таких космологических параметров как спектры мощности скалярных и тензорных возмущений, спектральные индексы скалярных и тензорных возмущений, тензорно-скалярное отношение [10, 12]. Однако при рассмотрении мультиполевых моделей требуется разработка метода под каждую конкретную модель. Успешное обобщение на мультиполевые модели, как методов конструирования точных решений (например, метода суперпотенциала), так и алгоритма вычисления космологических параметров представлено в [11–13].

В общем подходе можно выделить два метода вычисления параметров космологических возмущений для мультиполевых моделей: 1) использование анзаца перехода от одиночного скалярного поля к киральным полям [12, 14]; 2) использование линейной связи между полями [13].

Ц е л ь р а б о т ы – разработать новый метод сведения трехполевой модели ТМС ТГ к модели с одним скалярным полем.

Предлагается новый подход, основанный на использовании частного случая аналитического решения в мультиполевой киральной космологической модели для установления функциональной связи между полями. В качестве исходной теории гравитации рассматривается одна из версий модифицированной теории гравитации – тензорно-мульти-скалярная теория гравитации (ТМС ТГ), разработанная Дамуром и Эспозито–Фарезе в 1992 г. [16].

В современной космологии для исследования эволюции Вселенной используют модификации гравитации Эйнштейна, что связано в большой степени с экспериментальными подтверждениями наличия ускорения в расширении Вселенной на современном этапе. Этот факт указывает на то, что теория гравитации Эйнштейна не может объяснить данное ускорение естественным путем без введения дополнительных полей и экзотической материи. В связи с этим появилась необходимость исследования новых модифицированных теорий гравитации, которые при некотором приближении включают в себя ОТО. Одна из таких модифицированных теорий – ТМС ТГ, которая есть естественное расширение скалярно-тензорной теории, и является специальным случаем киральной космологической модели [17–19]. Стоить отметить, что в [19] рассматривается модель ТМС ТГ с нескольким скалярными полями, взаимодействующими с гравитацией. Для них найдены пылевые решения, а также решения для эпохи преобладания излучения и доминирования вещества. Исследование космологической инфляции в ТМС ТГ представлено в [20, 21], где получены решения для трехполевых моделей в двух сценариях инфляции: степенной и де Ситтера. В настоящей работе авторы за основу берут космологические решения, полученные в [20].

Уравнения космологической динамики в ТМС ТГ

Рассмотрим действие тензорно-мульти-скалярной теории гравитации (ТМС ТГ) со скалярными полями, входящим в гравитационный сектор [16]:

$$S=\frac{1}{\varkappa}\int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{R}{2}-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}h_{AB}\varphi^A_{,\mu}\varphi^B_{,\nu}-W(\varphi^C)\right]+S_m[\chi_m,\Omega^2(\varphi^C)g_{\mu\nu}] \tag{1}$$

где $\varkappa=1$ – эйнштейновская гравитационная постоянная; R – скалярная кривизна; для сокращения записи используем $\varphi_{,\mu}=\partial_\mu\varphi$; индексы $\mu,\nu,...,=0,1,2,3$ – относятся к координатам пространства-времени; $A,B,C,...,.=1,2,\ldots,N$ задают N киральных полей, принимающих значения на римановых многообразиях с метрикой $h_{AB}(\varphi^C)$ (в дальнейшем совокупность киральных полей $\{\varphi^1,\varphi^2,\ldots,\varphi^N\}$, будем обозначать $\varphi:=\{\varphi^1,\varphi^2,\ldots,\varphi^N\})$; S_m – материальная составляющая действия; χ – скалярное поле, источник гравитации, $W\left(\varphi^C\right)$ – потенциальная энергия (потенциал как принято в космологии).

Киральная метрика h_{AB} выбрана двухмерной:

$$ds_{\sigma}^{2} = h_{11} d\phi^{2} + h_{22}(\phi,\psi) d\psi^{2}, \; h_{11} = \mathrm{const}, \tag{2}$$

где $\varphi^1 = \phi$, $\varphi^2 = \psi$.

Пространство – время для однородной и изотропной Вселенной – представим в форме метрики Фридмана–Робертсона–Уокера (ФРУ):

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-\epsilon r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2\right), \tag{3}$$

где $a(t)$ – масштабный фактор, $\epsilon = -1, +1, 0$, что соответствует открытой, замкнутой и пространственно-плоской Вселенной (вместо рассмотрения открытой и замкнутой Вселенной мы можем оставаться в пространственно-плоской Вселенной, заполненной скалярным полем и идеальной жидкостью с уравнением состояния $p_{\mathrm{cur}} = -3\rho_{\mathrm{cur}}$, $\rho_{\mathrm{cur}} = -\epsilon/(3a^2)$ [23]).

Гравитационная часть действия (1) в отсутствии S_m соответствует киральной космологической модели (ККМ) при выборе естественных единиц, включая $\varkappa = M_P^{-2} = 1$. Таким образом, решения, полученные в ряде работ для ККМ [16-18], можно рассматривать как вакуумные решения в ТМС ТГ.

Учитывая выбор модели с киральным пространством (2) и действие S_m для самодействующего скалярного поля χ действие (1) можно привести к следующему виду:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{R}{2} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(h_{11}\phi_{,\mu}\phi_{,\nu} + h_{22}(\psi,\phi)\psi_{,\mu}\psi_{,\nu}) - W(\psi,\phi) + \left(-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\chi_{,\mu}\chi_{,\nu} - U(\chi)\right)\right]. \tag{4}$$

Как видно из действия (4) модель содержит следующие поля: киральные поля ψ и ϕ, скалярное поле χ как источник гравитации. Варьируя действие (4) по метрике и полям получим систему уравнений в классе метрик (2), (3) следующего вида [20, 21]:

$$3H\dot{\psi}h_{22} + \partial_t(h_{22}\dot{\psi}) - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\psi}\dot{\psi}^2 + \frac{\partial W(\phi,\psi)}{\partial\psi} = \frac{\partial \ln\Omega(\phi,\psi)}{\partial\psi}(\dot{\chi}^2 + 4U(\chi)); \tag{5}$$

$$\ddot{\phi}h_{11} + 3H\dot{\phi}h_{11} - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\phi}\dot{\psi}^2 + \frac{\partial W(\phi,\psi)}{\partial\phi} = \frac{\partial \ln\Omega(\phi,\psi)}{\partial\phi}(\dot{\chi}^2 + 4U(\chi)); \tag{6}$$

$$H^2 = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\psi}^2 + W(\phi,\psi)\right] + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\dot{\chi}^2 + U(\chi)\right) - \frac{\epsilon}{a^2}; \tag{7}$$

$$\dot{H} = -\left[\frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\psi}^2\right] - \frac{1}{2}\dot{\chi}^2 + \frac{\epsilon}{a^2}; \tag{8}$$

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + U(\chi)_{,\chi} = 0, \tag{9}$$

где точка над функцией означает производную по космическому времени t, $H = \dfrac{\dot{a}}{a}$ – параметр Хаббла, Ω – конформный фактор преобразования при переходе от картины Йордана к картине Эйнштейна $g_{\mu\nu}^{J} : g_{\mu\nu}^{E} = \Omega(x) g_{\mu\nu}^{J}$.

Система уравнений (5)–(9) является существенно нелинейной системой уравнений космологической динамики рассматриваемой модели (4). Следуя подходу, предложенному в [16], рассматривается ТМС ТГ в картине Эйнштейна (без неминимального взаимодействия скалярной кривизны со скалярными полями тяготения), когда действие поля материи как источника гравитации рассматривается в «физической» метрике $g_{\mu\nu}^{E}$, конформно связанной с метрикой в картине Эйнштейна $g_{\mu\nu}^{J}:g_{\mu\nu}^{E}=\Omega(x)g_{\mu\nu}^{J}$. Отметим, что при скэйлинге, когда $\Omega(\phi,\psi)=\text{const}$ потенциал скалярного поля χ будет влиять на динамику киральных полей ϕ и ψ только через параметр Хаббла H.

Следствия уравнений (7)–(8) можно разбить на уравнения для определения кинетической и потенциальной энергии:

$$K(t)\equiv\frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2+\frac{1}{2}h_{22}(\phi,\psi)\dot{\psi}^2+\frac{1}{2}\dot{\chi}^2=\frac{\epsilon}{a^2}-\dot{H}\,;\; W(t)=\left[\dot{H}+3H^2+2\frac{\epsilon}{a^2}-U(\chi)\right].$$

Эти уравнения использовались при конструировании разбиений (анзацев) в [6].

В модели (4) имеется дополнительная свобода в выборе конформного фактора $\Omega(\phi,\psi)$. Следуя [21], выбираем $\Omega(\phi,\psi)$ в следующем виде:

$$\Omega(\phi,\psi)=\exp(A\phi+B\psi)\,, \tag{10}$$

где $A,B-\text{const}$.

Решения для модели (4) представлены в [20, 21], где найдены космологические решения в случае, когда скалярное поле χ с потенциалом Хиггса $U(\chi)$ рассматривается в режиме медленного скатывания. Получены решения степенной и экспоненциально-степенной эволюции масштабного фактора для различных предельных форм потенциала Хиггса.

Для перехода к однополевой модели выбираем решения, которые соответствуют случаю степенного масштабного фактора $a(t)=ct^m$ ($c=\text{const},\ m=\text{const}$) и степенного потенциала $U(\chi)=D\chi^k$ $(D,k-\text{const})$ [20].

Метод перехода к модели с одним полем

Идея метода заключается в том, чтобы на основе аналитических решений системы нелинейных уравнений (5)–(9) выразить зависимость киральных полей $\psi(t),\phi(t)$ от скалярного поля $\chi(t)$, используя обратную зависимость $t(\chi)$. Затем, зная зависимость $\phi(\chi)$ и $\psi(\chi)$, выразить потенциалы полей $W(\psi,\phi)$ через скалярное поле χ. Также представить компоненты киральной метрики $h_{22}(\psi,\phi)$ как функцию от поля $\chi(t)$: $h_{22}=h_{22}(\chi)$.

Таким образом, подставляя результаты приведенных функций к зависимости от χ в действие (4), приходим к однополевой модели.

Рассмотрим конкретное аналитическое решение системы (5)–(9), когда материальное поле рассматриваются в приближении медленного скатывания, т.е. формально считаем $\dot{\chi}^2\approx 0,\ddot{\chi}\approx 0$.

Преобразование ТМС ТГ с тремя полями к модели с одним полем. Для степенной эволюции масштабного фактора $a(t)=ct^m$, где $c=\text{const}$, $m=\text{const}$ (соответственно $H=m/t$) и потенциала самодействия $U(\chi)=D\chi^k$ в [20] получено решение (56)–(57):

$$\chi=\left(\frac{Dk(k-2)}{6m}t^2\right)^{\frac{1}{2-k}},k\neq 2\,; \tag{11}$$

$$\chi=\chi_0\exp\left(-\frac{Dt^2}{3m}\right),\; k=2\,.$$

В [20] поле χ соответствует полю ψ. Решения для киральных полей:

$$\psi=\sqrt{2}t\,; \tag{12}$$

$$\phi=\sqrt{2m}\ln t\,. \tag{13}$$

Выразим киральные поля ϕ (12) и ψ (13) через скалярное поле χ (11). Для этого найдем зависимость $t(\chi)$ при $k \neq 2$:

$$t = \chi^{\frac{2-k}{2}} Q, \tag{14}$$

где $Q = \sqrt{\dfrac{6m}{Dk(k-2)}}$.

Далее, подставив (14) в (12) и (13), получим:

$$\psi(\chi) = \sqrt{2} Q \chi^{\frac{2-k}{2}}; \tag{15}$$

$$\phi(\chi) = \sqrt{2m} \ln\left(Q\chi^{\frac{2-k}{2}}\right). \tag{16}$$

Для перехода к однополевой модели также необходимо представить компоненты киральной метрики через поле χ. В нашей модели первый компонент киральной метрики $h_{11} = 1$ и не зависит от времени. Второй компонент киральной метрики $h_{22}(\psi)$ имеет вид: $h_{22}(\psi) = \dfrac{\epsilon 2^m}{c^2 \psi^{2m}}$.

Учитывая связь (15) получим

$$h_{22}(\chi) = \frac{\epsilon \chi^{m(k-2)}}{c^2 Q^{2m}}, \tag{17}$$

где $c = \text{const}$ в соответствии со степенной эволюцией масштабного фактора $a(t) = ct^m$.

Для определения общего потенциала всех полей $V_G(\chi)$ воспользуемся потенциалами киральных полей, найденных в [20] при $k \neq 2$ и с учетом конформного фактора (10):

$$W_1(\phi) = m(3m-1)\exp\left(-\phi\sqrt{\frac{2}{m}}\right); \tag{18}$$

$$W_2(\phi) = 4DAQ^{-\frac{2k}{2-k}}\left(\frac{2-k}{2k}\right)\exp\left[\frac{2k\phi}{\sqrt{2m}(2-k)}\right]; \tag{19}$$

$$W_3(\psi) = 4BD\sqrt{2}Q^{-\frac{2k}{2-k}}\left(\frac{2-k}{2+k}\right)\left(\frac{\psi}{\sqrt{2m}}\right)^{\frac{2+k}{2-k}} + \frac{2\epsilon}{c^2}\left(\frac{\sqrt{2m}}{\psi}\right)^{2m}, \tag{20}$$

где $A, B, D, k, m = \text{const}$.

Подставим в потенциалы киральных полей $W_1(\phi)$, $W_2(\phi)$, $W_3(\psi)$ зависимости $\psi(\chi)$ и $\phi(\chi)$:

$$W_1(\chi) = \frac{m(3m-1)}{Q^2}\chi^{k-2}; \tag{21}$$

$$W_2(\chi) = 4\sqrt{2m}DA\left(\frac{2-k}{2k}\right)\chi^k; \tag{22}$$

$$W_3(\chi) = 4\kappa BD\sqrt{2}Q\left(\frac{2-k}{2+k}\right)\chi^{\frac{2+k}{2}} + \frac{2\epsilon}{c^2 Q^{2m}}\chi^{m(k-2)}. \tag{23}$$

Общий потенциал $V_G(\chi) = W_1(\chi) + W_2(\chi) + W_3(\chi) + U(\chi)$ будет находиться как сумма всех потенциалов (21)–(23) и потенциала материального поля $U(\chi) = D\chi^k$:

$$V_G(\chi) = A_1\chi^{k-2} + A_2\chi^{\frac{2+k}{2}} + A_3\chi^k + A_4\chi^{m(k-2)}\,, \tag{24}$$

где константы A_i :

$$A_1 = \frac{m(3m-1)}{Q^2}\,,\ A_2 = 4\sqrt{2}BDQ\left(\frac{2-k}{2+k}\right),\ A_3 = 4\sqrt{2m}DA\left(\frac{2-k}{2k}\right) + D\,,\ A_4 = \frac{2\epsilon}{c^2Q^{2m}}\ .$$

Для включения производных от киральных полей в действие (4) находим их производные по координатам:

$$\phi_{,\mu} = \sqrt{2m}\left(1-\frac{k}{2}\right)\chi^{-1}\chi_{,\mu}\,, \tag{25}$$

$$\psi_{,\mu} = \sqrt{2}Q\left(1-\frac{k}{2}\right)\chi^{-\frac{k}{2}}\chi_{,\mu}\,. \tag{26}$$

Выполняем подстановку (17), (24)–(26) в действие (4):

$$S = \frac{1}{\kappa}\int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{R}{2} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\omega(\chi)\chi_{,\mu}\chi_{,\nu} - V_G(\chi)\right], \tag{27}$$

где кинетическая функция $\omega(\chi)$:

$$\omega(\chi) = \frac{2m}{\chi^2}\left(1-\frac{k}{2}\right)^2 + \frac{2\epsilon Q^{2-2m}}{c^2}\left(1-\frac{k}{2}\right)^2\frac{\chi^{m(k-2)}}{\chi^k} + 1\,. \tag{28}$$

Действие (27) является частным случаем действия обобщенной скалярно-тензорной гравитации, рассмотренной в [25]. Следует отметить, что после перехода к модели (27)–(28) с одним скалярным полем, параметры m и c могут рассматриваться как не связанные со степенной инфляцией и принимать любые значения.

Используя общую запись уравнений обобщенной скалярно-тензорной гравитации, предоставленные в [24], получим для модели (27) систему уравнений

$$3H^2 = \frac{\omega(\chi)}{2}\dot{\chi}^2 + V_G(\chi)\,, \tag{29}$$

$$3H^2 + 2\dot{H} + \frac{\omega(\chi)}{2}\dot{\chi}^2 - V_G(\chi) = 0\,. \tag{30}$$

Для нахождения решений системы (29)–(30) будем использовать метод Иванова–Салопека–Бонда, который подробно описан в [9, 10]. Следуя этому методу, полагаем зависимость параметра Хаббла от поля $H(\chi)$, и используя сумму уравнений (29)–(30) получим

$$\frac{dH(\chi)}{d\chi} = -\frac{\omega(\chi)}{2}\dot{\chi}\,, \tag{31}$$

$$V_G(\chi) = -\frac{2}{3\omega(\chi)}\left[\frac{dF}{d\chi}\right]^2 + \left(F + F_*\right)^2, \tag{32}$$

где $F(\chi)$ – генерирующая функция, связанная с параметром Хаббла:

$$H(\chi) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F + F_*\right). \tag{33}$$

Таким образом, задавая генерирующую функцию $F(\chi)$ находим параметр Хаббла из (33) и потенциал по формуле (32). Затем определяем зависимость поля χ от времени, решая обыкновенное дифференциальное уравнение (31) для заданной кинетической функции $\omega(\chi)$, и далее – зависимость параметра Хаббла (и масштабного фактора) от времени.

Выбор функции $\omega(\chi)$**.** Кинетическая функция $\omega(\chi)$ (28) будет рассматриваться для двух частных случаев, которые подходят для любого выбора значения $k \neq 2$:

1. При $\epsilon \neq 0$, $m = \dfrac{k}{k-2}$, $D = \dfrac{6c^{k-2}}{(k-2)^2}\left(-2\epsilon\left(1-\dfrac{k}{2}\right)^2\right)^{\frac{2-k}{2}}$ функция $\omega(\chi)$ (28) принимает вид

$$\omega(\chi) = -\frac{k(2-k)}{2\chi^2}. \tag{34}$$

2. При $\epsilon = -1$, $m = 1$, $c = 1$ функция $\omega(\chi)$ (28) принимает вид

$$\omega(\chi) = 1. \tag{35}$$

При таком определении параметр D остается свободным.

В этом случае потенциал $V_G(\chi)$ (24) будет иметь вид

$$V_G(\chi) = A_2\chi^{\frac{2+k}{2}} + A_3\chi^k.$$

Классы решений при $k = 4$**.**

А. Потенциал $V_G(\chi)$ (24) при условиях $\epsilon = -1$, $m = 2$, $k = 4$ и $D = -\left(3c^2/(4\epsilon)\right)$ преобразуется к виду

$$V_G(\chi) = A_1\chi^2 + A_2\chi^3 + (A_3 + A_4)\chi^4, \tag{36}$$

где константы A_i соответственно упрощаются:

$$A_1 = 5c^2,\ A_2 = -2Bc,\ A_3 = \frac{3c^2(1-4A)}{4},\ A_4 = -\frac{c^2}{2}.$$

При этом вид функции $\omega(\chi)$ (34) при $k = 4$ также упрощается:

$$\omega(\chi) = \frac{4}{\chi^2}. \tag{37}$$

Чтобы получить потенциал вида (36) генерирующую функцию задаем следующим образом [9]:

$$F(\chi) = \sum_{n=0}^{p}\lambda_n\chi^n + F_*. \tag{38}$$

В формулу для потенциала $V_G(\chi)$ (32) подставляем генерирующую функцию вида (38). Если учесть при этой подстановке, что $F_* = 0, p = 2, n = 0,1,2$ и $\lambda_0 = 0$, то получим потенциал

$$V_G(\chi) = \left(\frac{5\lambda_1^2}{6}\right)\chi^2 + \left(\frac{4\lambda_1\lambda_2}{3}\right)\chi^3 + \left(\frac{\lambda_2^2}{3}\right)\chi^4. \tag{39}$$

При $\epsilon = -1$ и $\lambda_1 = \pm c\sqrt{6}, \lambda_2 = \pm\dfrac{3B}{2\sqrt{6}}$, $A < 1/12$, $B^2 = 6c^2(1-12A)$ потенциал (39) принимает вид (36). Следовательно, генерирующая функция (38) для данного случая

$$F(\chi) = \pm c\sqrt{6}\chi \pm \frac{3B}{2\sqrt{6}}\chi^2.$$

При этом параметр Хаббла $H(\chi)$ (33) принимает вид

$$H(\chi) = \pm c\sqrt{2}\chi \pm \frac{B}{2\sqrt{2}}\chi^2 . \tag{40}$$

Подставив в уравнение (31) производную параметра Хаббла (40) по полю χ получим зависимость $t(\chi)$:

$$t - t_* = \pm\frac{\sqrt{2}}{c}\left[\frac{B}{2c}\ln\left|1-\frac{2c}{B\chi}\right| + \chi^{-1}\right].$$

B. Рассмотрим случай слабого поля потенциала (36), когда третью и четвертую степень можно не учитывать. В этом случае

$$V_G(\chi) = A_1\chi^2 , \tag{41}$$

где $A_1 = 5c^2$.

Аналогично предыдущему случаю, для данной модели выполняются условия $\epsilon = -1$, $m = 2$, $k = 4$, $D = \frac{3c^2}{4}$ и значение функции $\omega(\chi)$ соответствует (37). Для потенциала (41) вид генерирующей функции:

$$F(\chi) = \lambda_3\chi . \tag{42}$$

При подстановке функции (42) в (32) с учетом (37) получим:

$$V_G(\chi) = \frac{5\lambda_3^2}{6}\chi^2 . \tag{43}$$

Отсюда следует, что при $\lambda_3 = c\sqrt{6}$ потенциал (43) будет равен потенциалу (41). При этом параметр Хаббла (33) принимает вид

$$H(\chi) = c\sqrt{2}\chi . \tag{44}$$

Поле $\chi(t)$ для данного случая из (31):

$$\chi(t) = \frac{2}{c\sqrt{2}t} .$$

Зависимость параметра Хаббла (44) от времени и масштабный фактор модели принимают вид

$$H(t) = \frac{2}{t},\ a = a_0t^2 .$$

Это решение соответствует частному случаю степенной инфляции во фридмановской космологии, которое представлено, например, в [11] (см. табл. 3.1):

$$H(t) = \frac{B}{3t} - \frac{A}{3B} \text{ при } B = 6, A = 0 .$$

Классы решений при $k = 6$.

C. Рассмотрим модель при $k = 6$, $m = \frac{3}{2}$, $A = \frac{5\sqrt{3}c^6}{4\epsilon 8^4}$ и $D = \frac{3c^4}{512\epsilon^2}$. Для данной модели функция $\omega(\chi)$ (36):

$$\omega(\chi)=\frac{12}{\chi^2}. \tag{45}$$

Потенциал $V_G(\chi)$ (24) с учетом $A=\frac{5\sqrt{3}c^6}{4\epsilon 8^4}$ принимает вид

$$V_G(\chi)=(A_1+A_2)\chi^4, \tag{46}$$

где $A_1=\frac{21c^2}{32\epsilon}$, $A_2=-\frac{3\sqrt{2}Bc^2}{32\epsilon}$.

Данный потенциал (46) соответствует приближению потенциала Хиггса [7].

Определим вид генерирующей функции следующим образом:

$$F(\chi)=\lambda_4\chi^2. \tag{47}$$

При подстановке функций $F(\chi)$ (47) и $\omega(\chi)$ (46) в (24) находим потенциал:

$$V_G(\chi)=\frac{7\lambda_4^2}{9}\chi^4. \tag{48}$$

Потенциал (48) соответствует (46) при $\lambda_4=\frac{3c}{4}\sqrt{\frac{3}{14\epsilon}\left(7-3\sqrt{2}B\right)}$. Следовательно, параметр Хаббла (33) с учетом заданной генерирующей функции (48) принимает вид

$$H(\chi)=\frac{3c}{4}\sqrt{\frac{\left(7-3\sqrt{2}B\right)}{14\epsilon}}\chi^2. \tag{49}$$

Вид поля $\chi(t)$ определяется из уравнения (31), и для рассматриваемой модели принимает вид

$$\chi(t)=\sqrt{\frac{2\sqrt{14\epsilon}}{c\sqrt{\left(7-3\sqrt{2}B\right)}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{t}}.$$

Следовательно, параметр Хаббла (49) и масштабный фактор модели

$$H(t)=\frac{3}{2t},\ a=a_0t^{3/2}.$$

Данное решение также соответствует частному случаю фридмановской космологии представленному в [11], в табл. 3.1 находим $H(t)=\frac{B}{3t}-\frac{A}{3B}$ при $B=\frac{9}{2},\ A=0$.

D. Рассмотрим случай при $k=6$, $m=1$ и $\omega(\chi)=1$. Тогда потенциал (24) принимает вид:

$$V_G(\chi)=A_2\chi^4+A_3\chi^6, \tag{50}$$

где $A_2=-\sqrt{2D}B$, $A_3=\frac{D}{3}\left(3-4\sqrt{2}A\right)$.

Для потенциала (50) генерирующая функция:

$$F(\chi)=\lambda_5\chi^3. \tag{51}$$

Подставив функцию (51) в уравнение (32), получим вид потенциала

$$V_G(\chi)=-6\lambda_5{}^2\chi^4+\lambda_5{}^2\chi^6. \tag{52}$$

Данный потенциал (52) равен заданному потенциалу (50) при $\lambda_5 = \sqrt{\frac{D}{3}\left(3-4\sqrt{2}A\right)}$ и $B = \sqrt{2D}\left(3-4\sqrt{2}A\right)$.

Аналогично предыдущим случаям находится параметр Хаббла и поле $\chi(t)$:

$$H(\chi) = \sqrt{\frac{D}{3}\left(3-4\sqrt{2}A\right)}\chi^3, \; \chi(t) = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{D\left(3-4\sqrt{2}A\right)}} \cdot \frac{1}{t}.$$

Параметр Хаббл в зависимости от времени и масштабный фактор для модели

$$H(t) = \frac{1}{72D\left(3-4\sqrt{2}A\right)t^3}, \; a = a_0 \exp\left(-\frac{1}{36D\left(3-4\sqrt{2}A\right)t^2}\right).$$

Данное решение также соответствует частному случаю фридмановской космологии представленному в [11] в табл. 3.1:

$$H(t) = C\left[\frac{B+4}{6CB}t\right]^{-\frac{B}{B+4}} \text{ при } B=-6, C=\sqrt[4]{-\frac{1}{9D(3-4\sqrt{2}A)36^3}}, \text{ где } D<0.$$

Заключение

Предложен подход, основанный на использовании частного случая аналитического решения в многополевой космологической модели для установления функциональной связи между полями для приведения трехполевой модели к однополевой.

На основе стандартных методов вычисления космологических параметров в однополевой модели становится возможным проводить расчеты для таких параметров в тензорно-мульти-скалярной теории гравитации, описывающей эпоху ранней инфляции Вселенной. В настоящей работе не ставилась цель верификации решений моделей по наблюдательным данным. Однако, все модели, полученные на основе трехполевой модели, содержат решения, которые при специальном выборе свободных параметров приводят к известным решениям, представленными ранее в [11].

Наличие свободных параметров модели дает надежду на успешное согласование по наблюдательным данным. В ходе решений у получалось несколько свободных параметров, и ограничения на них:

1) в части **A** – три свободных параметра: c, B и A. Причем здесь получена связь между конформными константами A и B

2) в части **B** – один свободный параметр c.

3) в части **C** – два свободных параметра: c, B.

4) в части **D** – три свободных параметра: A, B, D.

Здесь получена связь между конформными константами A и B. В данном решении есть ограничение: $\mathbf{D}<0$

В случае несогласования по наблюдательным данным можно учесть квантовые поправки на стадии ранней Вселенной, которые отражены в теории гравитации Эйнштейна – Гаусса – Бонне (ЭГБ). Переход к гравитации ЭГБ может быть выполнен без конкретных расчетов на основе метода И.В. Фомина, представленного в работе [26].

Список источников

1. *Starobinsky A.A.* A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. Phys. Lett. 1980. V. 91. P. 99–102.
2. *Guth A.H.* The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems, Phys. Rev. D. 1981. V. 23. P. 347–356. DOI:10.1103/PhysRevD.23.347.
3. *Linde A.D.* A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity. Isotropy and Primordial Monopole Problems, Phys. Lett. B. 1982. V. 108. P. 389–393. DOI:10.1016/0370-2693(82)91219-9.

4. *Albrecht A., Steinhardt P.J.* Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking, Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. P. 1220–1223. DOI:10.1103/PhysRevLett.48.1220.
5. *Иванов Г.Г.* Космологические модели Фридмана с нелинейным скалярным полем. Гравитация и теория относительности. Казань: Изд-во КГУ. 1981. Вып. 18. С. 54–60.
6. *Ivanov G.G., Chervon S.V., Khapaeva A.V.* Friedmann cosmological model with nonlinear scalar field. Space, Time and Fundamental Interactions. 2020. № 3. P. 66–71.
7. *Muslimov A.G.* On the Scalar Field Dynamics in a Spatially Flat Friedman Universe. Class. Quant. Grav. 1990. V. 7. P. 231–237.
8. *Barrow J.D.* Graduated inflationary universes Phys. Lett. B. 1990. V. 235. P. 40.
9. *Chervon S.V., Fomin I.V., Beesham A.* The method of generating functions in exact scalar field inflationary cosmology. Eur. Phys. J. C. 2018. V. 78. P. 301.
10. *Chervon S., Fomin, I., Yurov V., Yurov A.* Scalar Field Cosmology. Series on the Foundations of Natural Sciences and Technology. V. 13. Monography. World Scientific Publishing. 2019. 264 p.
11. *Фомин И.В., Червон С.В., Морозов А.Н.* Гравитационные волны ранней Вселенной. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2018. 154 с.
12. *Chervon S., Fomin, I, Pozdeeva E. O., Sami M., Vernov S. Yu.* Superpotential method for chiral cosmological models connected with modified gravity. Phys. Rev. D. 2019. V. 100. P. 063522.
13. *Chervon S.V., Fomin I.V., Mayorova T.I., Khapaeva T.I.* Cosmological parameters of $f(R)$ gravity with kinetic scalar curvature. J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1557. P. 012016.
14. *Chervon S.V.* Gravitational field of the Early Universe I: Non-linear scalar field as the source. Gravitation Cosmol. 1997. V. 3. P. 145.
15. *Damour T., Esposito-Far`ese G.* Tensor-multi-scalar theories of gravitation. Class Quantum Grav. 1992. V. 9.
16. *Beesham A., Maharaj S.D., Chervon S.V., Kubasov. A.S.* Exact Inflationary Solutions Inspired by the Emergent Universe Scenario. Int. J. Theor. Phys. 2015. V. 54. P. 884–895.
17. *Beesham A., Maharaj S.D., Chervon S.V., Kubasov A.S.* An emergent universe with dark sector fields in a chiral cosmological model. Quantum Matter. 2013. V. 2. P. 388–395.
18. *Maharaj S.D., Beesham A., Chervon S.V., Kubasov A.S.* New exact solutions for a chiral cosmological model in 5D EGB. Gravity. Grav. Cosmol. 2017. V. 23. № 4. P. 375–380.
19. *Kuusk P., Järv L., Randla E.* Scalar-tensor and multiscalar-tensor gravity and cosmological models. Algebra. Geometry and Mathematical Physics.
20. *Червон С.В., Кубасов А.С., Большакова К.А.* Космологическая инфляция в тензорно-мультискалярной теории гравитации // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 1. С. 50–66.
21. *Bolshakova K.A., Chervon S.V.* Cosmological Solutions in the Tensor-Multi-Scalar Theory of Gravity with the Higgs Potential. Grav. Cosmol. 2020. V. 26. № 2. P. 153–151.
22. *Chervon S.V., Fomin, I.V.* On calculation of the cosmological parameters in exact models of inflation. Gravit. Cosmol. 2008. V. 14. P. 163–167. https://doi.org/10.1134/S0202289308020060.
23. *Barrow J.D., Paliathanasis A*. Cosmological solutions of gravity. Phys.Rev., 2016. V. D94. P. 083518.
24. *De Felice, Antonio & Tsujikawa, Shinji & Elliston, Joseph & Tavakol, Reza*. Chaotic inflation in modified gravitational theories. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics 2011. JCAP. 8. 10.1088/1475-7516/2011/08/021.
25. *Червон С. В.* Киральные само-гравитирующие модели: точные решения и вычисление космологических параметров. Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2022. № 40. С. 30–49.
26. *Fomin I.* Gauss-Bonnet term corrections in scalar field cosmology. Eur. Phys. J. C. 2020. V. 80. P. 1145.

Информация об авторах

Катерина Александровна Большакова – науч. сотрудник, лаборатория гравитации, космологии и астрофизики
SPIN-код: 1734-7171
Сергей Викторович Червон – д.ф.-м.н., профессор, кафедра физики и технических дисциплин; вед. науч. сотрудник института физики
SPIN-код: 8040-2820

Статья поступила в редакцию 28.05.2024
Одобрена после рецензирования 16.07.2024
Принята к публикации 28.08.2024

Original article

A new approach to the analysis of cosmological parameters in multifield cosmology

K.A. Bolshakova[1], S.V. Chervon[2]

[1, 2] Ulyanovsk State Pedagogical University (Ulyanovsk, Russia)
[2] Bauman Moscow State Technical University (Moscow, Russia)
[2] Kazan Federal University (Kazan, Russia)
[1] bolshakova.ktrn@gmail.com, [2] chervon.sergey@gmail.com

Abstract

Currently, for the cosmological inflation model with one scalar field, a method has been developed for calculating cosmological parameters, such as the power spectrum of scalar and tensor perturbations, their spectral parameters, and the tensor-to-scalar ratio. In the case of a multifield configuration, an suitable method for calculating cosmological parameters has not been developed. We propose a new effective algorithm for finding cosmological parameters in the tensor-multi-scalar theory of gravity (TMS TG), which describes the era of early inflation of the Universe. The paper proposes a new approach based on the use of a special case of an analytical solution in a multifield cosmological model to establish a functional connection between fields. This method makes it possible to calculate cosmological parameters and their comparison with observational data.

Keywords

Tensor-multi-scalar theory of gravity, cosmological inflation, chiral cosmological model

For citation

Bolshakova K.A., Chervon S.V. A new approach to the analysis of cosmological parameters in multifield cosmology. Nonlinear World. 2024. V. 22. № 3. P. 91–103. DOI: https://doi.org/10.18127/ j20700970-202403-09 (In Russian)

REFERENCES

1. *Starobinsky A.A.* A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. Phys. Lett. 1980. V. 91. P. 99–102.
2. *Guth A.H.* The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems, Phys. Rev. D. 1981. V. 23. P. 347–356. DOI:10.1103/PhysRevD.23.347.
3. *Linde A.D.* A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity. Isotropy and Primordial Monopole Problems, Phys. Lett. B. 1982. V. 108. P. 389–393. DOI:10.1016/0370-2693(82)91219-9.
4. *Albrecht A., Steinhardt P.J.* Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking, Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. P. 1220–1223. DOI:10.1103/PhysRevLett.48.1220.
5. *Ivanov G.G.* Kosmologicheskie modeli Fridmana s nelinejnym skalyarnym polem. Gravitaciya i teoriya otnositel'nosti. Kazan': Izd-vo KGU. 1981. Vyp. 18. S. 54–60 (In Russian).
6. *Ivanov G.G., Chervon S.V., Khapaeva A.V.* Friedmann cosmological model with nonlinear scalar field. Space, Time and Fundamental Interactions. 2020. № 3. P. 66–71.
7. *Muslimov A.G.* On the Scalar Field Dynamics in a Spatially Flat Friedman Universe. Class. Quant. Grav. 1990. V. 7. P. 231–237.
8. *Barrow J.D.* Graduated inflationary universes Phys. Lett. B. 1990. V. 235. P. 40.
9. *Chervon S.V., Fomin I.V., Beesham A.* The method of generating functions in exact scalar field inflationary cosmology. Eur. Phys. J. C. 2018. V. 78. P. 301.
10. *Chervon S., Fomin, I., Yurov V., Yurov A.* Scalar Field Cosmology. Series on the Foundations of Natural Sciences and Technology. V. 13. Monography. World Scientific Publishing. 2019. 264 r.
11. *Fomin I.V., Chervon S.V., Morozov A.N.* Gravitacionnye volny rannej Vselennoj. M.: MGTU im. N.E. Baumana. 2018. 154 s. (In Russian).
12. *Chervon S., Fomin, I, Pozdeeva E. O., Sami M., Vernov S. Yu.* Superpotential method for chiral cosmological models connected with modified gravity. Phys. Rev. D. 2019. V. 100. P. 063522.
13. *Chervon S.V., Fomin I.V., Mayorova T.I., Khapaeva T.I.* Cosmological parameters of f(R) gravity with kinetic scalar curvature. J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1557. P. 012016.
14. *Chervon S.V.* Gravitational field of the Early Universe I: Non-linear scalar field as the source. Gravitation Cosmol. 1997. V. 3. P. 145.
15. *Damour T., Esposito-Far`ese G.* Tensor-multi-scalar theories of gravitation. Class Quantum Grav. 1992. V. 9.
16. *Beesham A., Maharaj S.D., Chervon S.V., Kubasov. A.S.* Exact Inflationary Solutions Inspired by the Emergent Universe Scenario. Int. J. Theor. Phys. 2015. V. 54. P. 884–895.
17. *Beesham A., Maharaj S.D., Chervon S.V., Kubasov A.S.* An emergent universe with dark sector fields in a chiral cosmological model. Quantum Matter. 2013. V. 2. P. 388–395.
18. *Maharaj S.D., Beesham A., Chervon S.V., Kubasov A.S.* New exact solutions for a chiral cosmological model in 5D EGB. Gravity. Grav. Cosmol. 2017. V. 23. № 4. P. 375–380.
19. *Kuusk P., Järv L., Randla E.* Scalar-tensor and multiscalar-tensor gravity and cosmological models. Algebra. Geometry and Mathematical Physics.

20. *Chervon S.V., Kubasov A.S., Bol'shakova K.A.* Kosmologicheskaya inflyaciya v tenzorno-mul'tiskalyarnoj teorii gravitacii // Prostranstvo, vremya i fundamental'nye vzaimodejstviya. 2018. № 1. C. 50–66 (In Russian).
21. *Bolshakova K.A., Chervon S.V.* Cosmological Solutions in the Tensor-Multi-Scalar Theory of Gravity with the Higgs Potential. Grav. Cosmol. 2020. V. 26. № 2. P. 153–151.
22. *Chervon S.V., Fomin, I.V.* On calculation of the cosmological parameters in exact models of inflation. Gravit. Cosmol. 2008. V. 14. P. 163–167. https://doi.org/10.1134/S0202289308020060.
23. *Barrow J.D., Paliathanasis A.* Cosmological solutions of gravity. Phys.Rev., 2016. V. D94. P. 083518.
24. *De Felice, Antonio & Tsujikawa, Shinji & Elliston, Joseph & Tavakol, Reza.* Chaotic inflation in modified gravitational theories. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics 2011. JCAP. 8. 10.1088/1475-7516/2011/08/021.
25. *Chervon S.V.* Kiral'nye samo-gravitiruyushchie modeli: tochnye resheniya i vychislenie kosmologicheskih parametrov. Prostranstvo, vremya i fundamental'nye vzaimodejstviya. 2022. № 40. C. 30–49 (In Russian).
26. *Fomin I.* Gauss-Bonnet term corrections in scalar field cosmology. Eur. Phys. J. C. 2020. V. 80. P. 1145.

Information about the authors

Katerina A. Bolshakova – Research Scientist, Laboratory of Gravitation, Cosmology, Astrophysics

Sergey V. Chervon – Ph.D. (Phys.-Math.), Professor, Department of physics and technical disciplines; Leading Research Scientist of Institute of Physics

The article was submitted 28.05.2024
Approved after reviewing 16.07.2024
Accepted for publication 28.08.2024