
Алгоритмы функционирования: передача, прием и обработка сигналов

Научная статья
УДК 629.052.3
DOI: <https://doi.org/10.18127/j00338486-202601-06>

Алгоритм управления пространственным распределением мощности в МИМО-радиолокаторах с BPSK- и QPSK-сигналами

Ю.М. Мелёшин¹

¹ Институт микроприборов и систем управления им. Л.Н. Преснухина НИУ МИЭТ (Москва, г. Зеленоград, Россия)

¹ ij@imym.ru

Аннотация

Постановка проблемы. Современные радиолокаторы (РЛС), построенные по технологии множественного входа и множественного выхода (Multiple-Input-Multiple-Output, МИМО), строятся с применением различных сигнально-кодированных конструкций и способов обеспечения ортогональности передающих сигналов. В связи с этим важное значение имеют задачи управления пространственным распределением мощности на передачу МИМО РЛС при сохранении свойств ортогональности передаваемых сигналов. Данные вопросы хорошо изучены для последовательностей Задова-Чу. Перспективным направлением развития МИМО РЛС является переход к более простым архитектурам с сигналами двоичной фазовой манипуляцией (BPSK) и квадратурной фазовой манипуляцией (QPSK), что дает возможность отказаться от использования цифро-аналоговых преобразователей в передающих каналах и существенно упростить реализацию. Таким образом, на сегодняшний день актуальна проблема управления пространственным распределением мощности в МИМО РЛС с BPSK- и QPSK-сигналами.

Цель. Предложить алгоритм управления пространственным распределением мощности в МИМО РЛС с BPSK- и QPSK-сигналами и провести его численное исследование.

Результаты. Проанализированы существующие способы управления распределением мощности для МИМО РЛС на базе последовательностей Задова-Чу. Предложен подход, в котором алгоритм оптимизации градиентного спуска заменен на генетический алгоритм. Подтверждена работоспособность предлагаемого подхода и показан прирост мощности в целевых направлениях от 3 до 7 дБ. Исследован новый способ управления мощностью в МИМО РЛС с аппаратными ограничениями в части значений фазы BPSK- и QPSK-сигналов передающих элементов. Выполнено моделирование разработанного алгоритма, в результате которого получено увеличение излучаемой мощности в целевые направления от 2 до 3 дБ для BPSK-сигналов и от 2,2 до 3 дБ (для трех целевых направлений) для QPSK-сигналов.

Практическая значимость. Применение представленного алгоритма управления пространственным распределением мощности в МИМО РЛС с BPSK- и QPSK-сигналами позволяет увеличить ОСШ в режимах работы с априорной информацией о целевых областях интереса, например, в режиме допоиска или сопровождения цели в МИМО РЛС.

Ключевые слова

МИМО РЛС, радиолокатор, диаграмма направленности, генетический алгоритм, последовательности Задова-Чу, BPSK, QPSK

Для цитирования

Мелёшин Ю.М. Алгоритм управления пространственным распределением мощности в МИМО-радиолокаторах с BPSK- и QPSK-сигналами // Радиотехника. 2026. Т. 90. № 1. С. 54–71. DOI: <https://doi.org/10.18127/j00338486-202601-06>

A brief version in English is given at the end of the article

Введение

На сегодняшний день актуальной является проблема управления пространственным распределением мощности на передачу в радиолокаторах (РЛС), построенных по технологии множественного входа и

множественного выхода (Multiple-Input-Multiple-Output, MIMO), при сохранении свойств ортогональности передаваемых сигналов. Несмотря на то, что данные вопросы в условиях применения сигналов на базе последовательностей Задова-Чу хорошо изучены, необходимо рассмотреть переход к простым архитектурам с использованием сигналов только с двоичной манипуляцией фазы (BPSK) и квадратурной фазовой манипуляцией (QPSK), что даст возможность отказаться от использования цифро-аналоговых преобразователей в передающих каналах и существенно упростить реализацию.

Ц е л ь р а б о т ы – предложить алгоритм управления пространственным распределением мощности в MIMO РЛС с BPSK- и QPSK-сигналами и провести его численное исследование.

Обзор модулирующих сигналов в MIMO РЛС

В качестве модулирующих сигналов в MIMO РЛС используют сигналы с постоянной амплитудой и идеальной автокорреляционной функцией – сигналы CAZAC (Constant Amplitude Zero Auto-Correlation), достаточно хорошо изученные применительно к системам радиосвязи и радиолокации. Приведем последовательности, которые можно отнести к этому классу сигналов.

1. *Последовательности Задова-Чу* – наиболее популярные последовательности, которые также применяются и в протоколах связи в задачах синхронизации [1], контроля распространения [2] или доступа.

Эти последовательности описываются выражением

$$h_r(k) = e^{\frac{j\pi r k(k+c_f)}{K}}, \quad (1)$$

где $c_f = \text{mod}(K, 2)$; k – индекс члена последовательности; K – длина последовательности; $r \in \mathbb{Z}$ – корень последовательности.

Сигналы, образованные последовательностями Задова-Чу, обладают отличными корреляционными свойствами, но для них должна быть возможность формирования произвольного значения фазы. Эти сигналы подробно исследуются в рамках данной работы.

2. *Последовательности Голя* – двоичные комплементарные последовательности, обладающие априорной идеальной аперидической автокорреляцией. Поскольку основную особенность этих последовательностей обуславливают взаимные свойства боковых лепестков взаимной корреляционной функции, их можно использовать при наличии попарного сложения откликов от целей.

3. *Полифазные последовательности* – сигналы с фазовой модуляцией, в которых каждый отсчет имеет определенный фазовый сдвиг. Эти последовательности используют несколько фазовых уровней, что позволяет улучшить корреляционные свойства и помехоустойчивость.

В первых РЛС с фазовой манипуляцией использовались последовательности (коды) Франка вида

$$\varphi_{n,m} = \frac{2\pi}{M}(m-1)(n-1), \quad m, n = 1, 2, \dots, \sqrt{N}, \quad (2)$$

где N – полная длина последовательности (как правило, $N = M^2$, M – целое число).

Современные исследования полифазных последовательностей также позволяют гибко формировать зондирующие сигналы с нулевой автокорреляционной функцией [3].

4. *Псевдослучайные бинарные последовательности*. Данные последовательности, строго говоря, не относятся к сигналам CAZAC из-за ненулевой взаимной корреляционной функции: боковые лепестки таких последовательностей по умолчанию ограничены длительностью последовательности (значения обратно пропорциональны длительности последовательности). Самые распространенные из используемых последовательностей такого типа – M -последовательности и их всевозможные модификации [4, 5], а также последовательности Лежандра [6], обладающие схожими корреляционными свойствами и отличающиеся способами генерации и возможными длительностями.

По сравнению с классическими РЛС с формированием одного луча по технологии активных фазированных антенных решеток (АФАР РЛС) MIMO РЛС обладают преимуществами, формируя и передавая в пространство одновременно набор сигналов [7]. Сами по себе задачи применения технологии MIMO РЛС с параллельным сканированием максимальной области работы и оценкой направлений целей при управлении пространственным распределением мощности на передачу (диаграммы направлен-

ности на передачу, ДН ПРД) исследовались и ранее [8, 9], поэтому актуальным на сегодняшний день является создание гибких способов предварительного кодирования для ММО РЛС.

Процесс формирования ДН ПРД ММО РЛС происходит значительно сложнее, чем для АФАР РЛС, так как помимо классических свойств сложения гармонических колебаний требуется более тщательно учитывать корреляционные свойства применяемых сигналов и взаимное расположение антенных элементов. В [10] продемонстрированы алгоритмы формирования ДН ПРД, исходя из оптимизации пиковых и интегральных уровней боковых лепестков. Однако при таком подходе происходит частичная потеря выигрыша от пространственного разнесения по сравнению с традиционными ММО РЛС с ортогональными сигналами [11]. Для устранения этого был предложен так называемый алгоритм пространства лучей (АПЛ) с динамическим формированием пространства передающих лучей (transmit beamspace), который обеспечивает перераспределение энергии в пространстве в соответствии с соответствующими требованиями по направлениям секторов АПЛ. В АПЛ поддерживается создание K (ранг ММО РЛС) ортогональных сигналов. В данном случае АФАР можно считать ММО РЛС с $K = 1$. Очевидно, что для успешного функционирования АПЛ необходимо минимальное число передающих антенных элементов, т.е. должно выполняться условие $N_{\text{прд}} \geq K$. Тогда ДН ПРД формируется путем проектирования матрицы пространства лучей размерностью $N_{\text{прд}} \times K$, а АПЛ позволяет сохранять ортогональность излучаемых сигналов размерностью K . Однако, в системах связи на базе ММО аппаратная реализация, как правило, поддерживает работу СВЧ-трактов и усилителей в них в линейном режиме работы, где использование сигналов с большим отношением пиковой амплитуды к средней (пик-фактор) не приводит к значительным искажениям [12], что с алгоритмической точки зрения существенно упрощает реализацию прекодера, поскольку требование на постоянство амплитуды сигналов в трактах отсутствует. В радиолокации, в свою очередь, эффективные с энергетической точки зрения системы обязаны обеспечивать высокий КПД и выходную мощность передающих каналов, что неизбежно приводит к использованию выходных усилителей мощности в режиме насыщения или близко к нему. Применение сигналов с большим пик-фактором в таких системах приведет к дополнительным искажениям и ухудшению отношения сигнал/помеха+шум (SINR) [13]. Таким образом, простое произведение пространства лучей на сигналы ранга K приводит к ухудшению пик-фактора, поэтому именно постоянство амплитуды сигналов в ММО РЛС является ключевой проблемой при реализации АПЛ.

Управление ДН ПРД в ММО РЛС с использованием матрицы прекодера

В коммуникационных системах ММО также используются схожие подходы прекодирования с использованием ортогональных сигналов, математический аппарат которых можно применять и при проектировании аналога для ММО РЛС [14, 15].

Запишем выражение для векторов передачи (вектор приема при необходимости определяется аналогично):

$$\mathbf{a}_{\text{прд}}(\theta, \varphi, f_c) = \left[e^{j2\pi(f_c/c)\mathbf{r}_{(\text{прд}1)}^T \mathbf{u}(\theta, \varphi)}, \dots, e^{j2\pi(f_c/c)\mathbf{r}_{(\text{прд}N)}^T \mathbf{u}(\theta, \varphi)} \right]^T, \quad (3)$$

где \mathbf{r} – вектор, описывающий координаты антенных элементов; f_c – центральная частота; $\mathbf{u}(\theta, \varphi)$ – единичный вектор для соответствующих направлений θ и φ .

Далее за начальное условие примем $\varphi = 0$ и $G(\theta) = G(\theta, \varphi = 0)$, что существенно упростит математические выкладки, не снижая общности представления, так как для ненулевых значений угла места выкладки будут аналогичны.

С каждого из $N_{\text{прд}}$ элементов излучается сигнал, состоящий из $N_{\text{посл}}$ импульсов с фазовой модуляцией. Длительность каждого импульса – $\tau_{\text{имп}}$, общая длительность сигнала – $N_{\text{посл}}\tau_{\text{имп}}$, а весь сигнал можно представить в векторном виде как $\mathbf{x}[n] = \left[x_1[n], \dots, x_{N_{\text{прд}}}[n] \right]^T$ для $n = 1, 2, \dots, N_{\text{посл}}$.

Тогда условие постоянности амплитуды (единичного пик-фактора) для всех $m=1,2,\dots,N_{\text{прд}}$ и $n=1,2,\dots,N_{\text{посл}}$ будет следующим:

$$|x_m[n]|^2 = \frac{P_{\text{прд}}}{N_{\text{прд}}}, \quad (4)$$

где $P_{\text{прд}}$ – выходная мощность передающего тракта РЛС.

Представив передающий сигнал в матричном виде как $\mathbf{X} = [\mathbf{x}[1]\mathbf{x}[2]\dots\mathbf{x}[N_{\text{посл}}]]$, получим выражение для распределения мощности в угломестной плоскости $G(\theta)$:

$$G(\theta) = \mathbf{a}_{\text{прд}}^H(\theta, f_c) \mathbf{R} \mathbf{a}_{\text{прд}}(\theta, f_c), \quad (5)$$

где $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$; $\mathbf{R} = \mathbf{X}\mathbf{X}^H$ – кросскорреляционная матрица передающего сигнала; H – операция комплексно сопряженного транспонирования.

Как следует из (5), изменяя матрицу \mathbf{R} , можно изменять и ДН ПРД.

Отметим, что в режиме поиска целей часто необходимо использовать максимально равномерное излучение во всем рабочем секторе работы. В этом случае $G(\theta)$ является константой, а $\mathbf{R} = \mathbf{X}\mathbf{X}^H$ – масштабируемой единичной матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{X}\mathbf{X}^H = \text{const} \cdot \mathbf{I}_k$, где \mathbf{I}_k – единичная матрица, в которой элементы главной диагонали равны единице, а все остальные нулю. В контексте ММО РЛС это условие означает идеальную ортогональность всех излучаемых сигналов.

В рамках АПЛ вводится матрица пространственного прекодера $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N_{\text{прд}} \times K}$, преобразующая K сигналов \mathbf{S}_k в $N_{\text{прд}}$ сигналов антенных элементов. Таким образом, получим, что

$$\mathbf{X} = \beta \mathbf{F} \mathbf{S}_k, \quad (6)$$

где β – масштабирующий коэффициент мощности; \mathbf{S}_k – ортогональная матрица при $\mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H = \text{const} \cdot \mathbf{I}_k$.

Тогда приходим к следующему выражению:

$$G(\theta) = k |\beta|^2 \mathbf{a}_{\text{прд}}^H(\theta, f_c) \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{a}_{\text{прд}}(\theta, f_c), \quad (7)$$

где k – масштабирующий положительный действительный коэффициент, возникающий после сокращения $\mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H$.

При проектировании матрицы \mathbf{F} необходимо учитывать требование постоянства амплитуд, о котором было сказано ранее. Следовательно, мощность для n -го импульса m -й передающей антенны равна

$$|\mathbf{x}_{m,n}|^2 = |\beta|^2 |\mathbf{f}_m^T \mathbf{s}_n|^2, \quad (8)$$

где $\mathbf{f}_m^T \in \mathbb{C}^{1 \times K}$ – m -я строка матрицы \mathbf{F} ; $\mathbf{s}_n \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ – n -й столбец матрицы \mathbf{S}_k .

В соответствии с (4) для всех $m=1,2,\dots,N_{\text{прд}}$ и $n=1,2,\dots,N_{\text{посл}}$ должно быть справедливо условие постоянства мощности вида

$$|\beta|^2 |\mathbf{f}_m^T \mathbf{s}_n|^2 = \frac{P_{\text{прд}}}{N_{\text{прд}}}. \quad (9)$$

Для выполнения (9) необходимо, чтобы для всех m и n $|\mathbf{f}_m^T \mathbf{s}_n|^2 = \text{const}$. Введем два удовлетворяющих этому условию подмножества элементов \mathcal{F} и \mathcal{S} , такие что

$$|\mathbf{f}^T \mathbf{s}| = \gamma, \quad \forall \mathbf{f} \in \mathcal{F}, \quad \forall \mathbf{s} \in \mathcal{S}, \quad (10)$$

где γ – положительная ненулевая константа.

Определив подмножества \mathcal{F} и \mathcal{S} , можно построить такую матрицу АПЛ, что $\forall m \mathbf{f}_m \in \mathcal{F}$:

$$\mathbf{F} = \left[\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_{N_{\text{прд}}} \right]^T. \quad (11)$$

K -мерная матрица описывается формулой

$$\mathbf{S}_K = \left[\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{N_{\text{прд}}} \right], \quad (12)$$

где $\forall n \mathbf{s}_n \in \mathcal{S}$.

Таким образом, нахождение подмножеств \mathcal{F} , \mathcal{S} и построение сигналов ММО РЛС в соответствии с выражениями (11) и (12) гарантирует, что будут выполняться условия постоянства амплитуды (9) и (4).

Для обеспечения гибкости настройки параметров размер подмножеств \mathcal{F} и \mathcal{S} должен быть как можно больше. Из выражения (10) следует, что подмножества \mathcal{F} и \mathcal{S} инварианты с фазовой точки зрения, т.е., если $\mathbf{f} \in \mathcal{F}$ и $\mathbf{s} \in \mathcal{S}$, то для $e^{j\omega\mathbf{f}}$ и $e^{j\varphi\mathbf{s}}$ требование (10) будет справедливо и они могут быть включены в \mathcal{F} и \mathcal{S} для всех $\omega, \varphi \in [0, 2\pi)$. Данное свойство инвариантности приводит к бесконечности мощности подмножества, т.е. бесконечному числу уникальных элементов \mathcal{F} и \mathcal{S} .

Так как два вектора с одинаковой фазой располагаются на одной прямой, то для дальнейшего анализа векторного пространства удобно использовать грассманиан $\mathbb{G}(\cdot)$ (грассманново многообразие). Данный подход широко применяется при формировании лучей в системах связи на основе ММО [16, 17]. В частности, это означает следующее: если на линии существует единичный вектор в $\mathbb{C}^{K \times 1}$, который удовлетворяет (10) и находится в подмножестве \mathcal{F} или \mathcal{S} , то в данные подмножества можно поместить бесконечное число коллинеарных векторов. В свою очередь, для анализа подмножеств с бесконечной мощностью используют упаковку прямых в грассманиане.

Определим два новых подмножества с конечной мощностью $\tilde{\mathcal{F}}$ и $\tilde{\mathcal{S}}$ грассманового многообразия $\mathbb{G}(K, 1)$ такие, что $\forall \tilde{\mathbf{f}} \in \tilde{\mathcal{F}}, \forall \tilde{\mathbf{s}} \in \tilde{\mathcal{S}}$

$$|\tilde{\mathbf{f}}^T \tilde{\mathbf{s}}| = \gamma. \quad (13)$$

Теперь введем набор всех возможных вращений комплексных чисел (набор комплексных чисел с единичной амплитудой) \mathcal{V} и сгенерируем подмножества \mathcal{F} и \mathcal{S} путем вращения фаз:

$$\mathcal{F} = \mathcal{V} \times \tilde{\mathcal{F}} \text{ и } \mathcal{S} = \mathcal{V} \times \tilde{\mathcal{S}},$$

где \times – операция декартова произведения.

Существует большое число пар подмножеств $\tilde{\mathcal{F}}$ и $\tilde{\mathcal{S}}$, удовлетворяющих (13). Однако они все подходят для АПЛ в ММО РЛС, поскольку необходимо, чтобы и матрица \mathbf{S}_k , полученная из \mathcal{S} в соответствии с (12), была ортогональной. Не подходят также случаи повторения элементов или равенства всех элементов $\tilde{\mathbf{f}} \in \tilde{\mathcal{F}}$ нулю. Кроме того, при $\text{card}(\tilde{\mathcal{F}}) = 1$, где $\text{card}(\cdot)$ – мощность множества, показывающая число уникальных элементов, ММО РЛС способна сформировать только один концентрированный луч, что эквивалентно принципу работы АФАР.

Таким образом, можно сформулировать следующие **основные критерии проектирования подмножеств $\tilde{\mathcal{F}}$ и $\tilde{\mathcal{S}}$** :

- 1) выполнение условия (13);
- 2) ортогональность \mathbf{S}_k ;
- 3) уменьшение нулевых элементов векторов;
- 4) максимизация мощности $\text{card}(\tilde{\mathcal{F}})$ подмножества для увеличения гибкости системы.

Реализация АПЛ в ММО РЛС на базе последовательностей Задова-Чу

Рассмотрим реализацию АПЛ управления ДН ПРД для ММО РЛС, построенных на базе последовательностей Задова-Чу [18]. Покажем, что можно получить постоянство амплитуд и ортогональности сигналов за счет применения последовательностей Задова-Чу и матрицы дискретного преобразования Фурье (ДПФ) размерностью $K \times K$. Докажем, что существует семейство последовательности любой длины, которые при умножении на столбец матрицы дискретного преобразования Фурье (ДПФ) будут иметь одинаковую ам-

плитуду. Используя это семейство последовательностей Задова-Чу и столбцы матрицы ДПФ, можно создать набор (алфавит) матриц пространства лучей ДН ПРД и сигналов ММО РЛС ранга K , а также выполнить расчет данных матриц независимо друг от друга, что упрощает реализацию АПЛ.

Если $\mathbf{f}_m \in \mathcal{F}$ для $m=1, \dots, N_{\text{прд}}$ и $\mathbf{s}_n \in \mathcal{S}$ для $n=1, \dots, N_{\text{посл}}$, то излучаемые ММО РЛС сигналы можно описать как

$$\mathbf{X} = \beta \left[\mathbf{f}_1 \dots \mathbf{f}_{N_{\text{прд}}} \right]^T \left[\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_{N_{\text{посл}}} \right]. \quad (14)$$

Поскольку элементы \mathcal{F} являются результатом вращения элементов $\tilde{\mathcal{F}}$, для дальнейших вычислений введем множество всех $N_{\text{прд}} \times N_{\text{прд}}$ диагональных матриц фазовых вращений

$$\mathcal{U}_{N_{\text{прд}}} = \left\{ \text{diag}([e^{i\varphi_1}, \dots, e^{i\varphi_{N_{\text{прд}}}}]) : \forall \varphi_m \in [1, 2\pi), m=1, \dots, N_{\text{прд}} \right\},$$

где $\text{diag}(\cdot)$ – операция, выполняющая преобразование вектора \mathbf{x} размерностью $K \times 1$ в диагональную матрицу размерностью $K \times K$ с элементами \mathbf{x} в диагонали.

Перепишем \mathbf{F} следующим образом:

$$\mathbf{F} = \mathbf{U}_F \tilde{\mathbf{F}}, \quad (15)$$

где $\mathbf{U}_F \in \mathcal{U}_{N_{\text{прд}}}$; $\tilde{\mathbf{F}} = [\tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_{N_{\text{прд}}}]^T$; $\tilde{f}_m \in \tilde{\mathcal{F}} \quad \forall m$.

Аналогично получим для \mathcal{S} и $\tilde{\mathcal{S}}$:

$$\mathbf{S}_K = \tilde{\mathbf{S}}_K \mathbf{U}_S, \quad (16)$$

где $\mathbf{U}_S \in \mathcal{U}_{N_{\text{посл}}}$; $\tilde{\mathbf{S}}_K = [\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{N_{\text{посл}}}]$; $\tilde{s} \in \tilde{\mathcal{S}} \quad \forall n$.

Выражение для \mathbf{X} примет следующий вид:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}_F \tilde{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{S}}_K \mathbf{U}_S, \quad (17)$$

а выходная мощность n -го импульса с m -го излучателя будет равна

$$|\mathbf{X}_{m,n}|^2 = \left| \beta e^{j\omega_m} e^{j\varphi_m} \tilde{f}_m^T \tilde{s}_n \right|^2 = |\beta|^2 \left| \tilde{f}_m^T \tilde{s}_n \right|^2 = |\beta|^2 \gamma^2, \quad (18)$$

где $e^{j\omega_m}$ – (m, m) -й элемент \mathbf{U}_F ; $e^{j\varphi_m}$ – (n, n) -й элемент \mathbf{U}_S .

Из (18) следует, что условие постоянства амплитуд также выполняется. Таким образом, используя подмножества $\tilde{\mathcal{F}}$, $\tilde{\mathcal{S}}$, $\mathcal{U}_{N_{\text{прд}}}$ и $\mathcal{U}_{N_{\text{посл}}}$ можно решить задачи АПЛ, удовлетворив все обозначенные критерии. Для непосредственной реализации рассматриваемого подхода в части определения пар подмножеств воспользуемся некоторыми свойствами ДПФ и последовательностей Задова-Чу.

Матрица ДПФ \mathbf{W} является часто используемым инструментом в цифровой обработке сигналов. Для квадратной матрицы размерностью $K \times K$ (для $K \geq 2$) (m, n) -й элемент определяется как

$$[\mathbf{W}]_{m,n} = e^{-j\frac{2\pi}{K}(m-1)(n-1)}, \quad (19)$$

где $m, n = 1, \dots, K$.

Кроме того, каждый столбец матрицы ДПФ является ортогональным, т.е. $\mathbf{W}\mathbf{W}^H = \mathbf{W}^H\mathbf{W} = K\mathbf{I}_K$ [19]. Для упрощения расчетов введем также подмножество \mathcal{W}_K векторов-столбцов матрицы \mathbf{W} .

Последовательность Задова-Чу, описываемая выражением (1), характеризуется корнем r и длиной K . Для дальнейшей работы введем:

- 1) величину $r' \in \mathbb{Z}$, обратную к r по модулю K , такую, что $0 < r' < K$, $\text{mod}(rr', K) = 1$ [20];
- 2) понятие циклически сдвинутых последовательностей $h_r[k+a]$, где a – целое число сдвига последовательности;
- 3) вектор $\mathbf{h}_{r,a}$ размерностью $K \times 1$, обозначающий такую циклически сдвинутую последовательность;

4) множество $\mathcal{Z}_{r,K} = \{\mathbf{h}_{r,0}, \mathbf{h}_{r,1}, \dots, \mathbf{h}_{r,K-1}\}$, содержащее все версии циклически сдвинутых последовательностей длиной K и с корнем r .

Зададим три свойства, которые потребуются в дальнейшем (доказательства приведены в [18, 21, 22]):

1) последовательность Задова-Чу является периодической с периодом, равным K : $h_r[k] = h_r[k + K]$. Следовательно, АКФ такой последовательности также будет периодической;

2) циклически сдвинутая последовательность Задова-Чу ортогональна по отношению к своей исходной версии, т.е. $\mathbf{h}_{r,a}^H \mathbf{h}_{r,b} = 0$, для всех $a, b = 0, 1, \dots, K-1$, где $a \neq b$;

3) величина произведения любой последовательности $\mathbf{h}_{r,a}$ множества $\mathcal{Z}_{r,K}$ и столбца матрицы ДПФ \mathbf{w}_i из \mathcal{W}_K дает постоянное значение при условии, что r выбран так, что существует r' :

$$|\mathbf{h}_{r,a}^T \mathbf{w}_i| = \lambda \quad \forall \mathbf{h}_{r,a} \in \mathcal{Z}_{r,K} \text{ и } \forall \mathbf{w}_i \in \mathcal{W}_K,$$

где λ – положительная ненулевая константа.

Матрица размерностью $K \times N$ (где N – кратное K целое число) содержит не менее $N! / \left(\frac{N}{K}\right)^K$ уникальных перестановок, которые сохраняют условие ортогональности при условии, что столбцы выбираются из ортогонального множества с мощностью K [18]. Аналогичное свойство поддерживается в подмножестве $\tilde{\mathcal{S}}$, что позволяет сформировать набор уникальных сигналов $\tilde{\mathbf{S}}_K$ и обеспечить передачу одновременно K сигналов \mathbf{S}_K в течение всех отсчетов времени.

Далее введем такое подмножество $\tilde{\mathcal{F}} = \mathcal{Z}_{r,K}$, которое при выполнении условий для r и r' будет соответствовать свойству 2 и будет обеспечивать устойчивую конструкцию прекодера \mathbf{F} , поскольку существует $K^{N_{\text{прд}}}$ комбинаций для построения $\tilde{\mathbf{F}}$.

Используя $\tilde{\mathcal{S}}$ для выбора каждого \tilde{s}_n и построения $\tilde{\mathbf{S}}_K$ и $\tilde{\mathcal{F}}$ для выбора каждого \tilde{f}_m , получим

$$|\tilde{f}_m^T \tilde{s}_n| = |H_r[0]| \quad \forall \tilde{f}_m \in \tilde{\mathcal{F}}, \quad \forall \tilde{s}_n \in \tilde{\mathcal{S}}, \quad (20)$$

где $H_r[0]$ – нулевой элемент ДПФ матрицы $\mathbf{h}_{r,0}$.

Как было сказано ранее, в данном подходе возможно раздельное проектирование матриц сигналов \mathbf{S}_K и матрицы прекодера \mathbf{F} . Для этого необходимо решить две оптимизационные задачи \mathcal{P}_S и \mathcal{P}_F .

Задача \mathcal{P}_S описывается так:

$$\mathcal{P}_S \rightarrow \begin{cases} \min_{\mathbf{U}_S, \tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{N_{\text{посл}}}} C(\mathbf{U}_S, \tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{N_{\text{посл}}}) \\ \text{при} \\ \mathbf{U}_S \in \mathcal{U}_{N_{\text{посл}}}, \\ \tilde{\mathbf{S}}_K \tilde{\mathbf{S}}_K^H = \mathbf{M}_K, \\ \tilde{s}_i \in \tilde{\mathcal{S}}, i = 1, \dots, N_{\text{посл}}, \end{cases} \quad (21)$$

где $C(\mathbf{U}_S, \tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{N_{\text{посл}}})$ – функция стоимости (функция потерь), определяемая начальными условиями решения задачи в части требуемых параметров РЛС (разрешающая способность по дальности, скорости и др.).

Кроме того, при условии соблюдения свойства ортогональности \mathbf{S}_K , можно выразить корреляционную матрицу $R = \mathbf{U}_F \tilde{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{S}}_K \mathbf{U}_S \mathbf{U}_S^H \tilde{\mathbf{S}}_K^H \tilde{\mathbf{F}}^H \mathbf{U}_F^H = \mathbf{U}_F \tilde{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{F}}^H \mathbf{U}_F^H$ и с учетом (6) и (8) записать распределение мощности в угломестной плоскости $G(\theta)$:

$$G(\theta) = N_{\text{посл}} |\beta|^2 \mathbf{a}_{\text{прд}}^H(\theta, f_c) \mathbf{U}_F \tilde{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{F}}^H \mathbf{a}_{\text{прд}}(\theta, f_c). \quad (22)$$

Аналогично описывается задача \mathcal{P}_F :

$$\mathcal{P}_F \rightarrow \begin{cases} \min_{\mathbf{U}_F, \tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_{N_{\text{прд}}}} C(\mathbf{U}_F, \tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_{N_{\text{прд}}}) \\ \text{при} \\ \mathbf{U}_F \in \mathcal{U}_{N_{\text{прд}}}, \\ \tilde{f}_i \in \tilde{\mathcal{F}}, i=1, \dots, N_{\text{прд}}, \end{cases} \quad (23)$$

где $C(\mathbf{U}_F, \tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_{N_{\text{прд}}})$ – функция стоимости, определяемая начальными условиями решения задачи в части формирования требуемой ДН ПРД (например, набор угловых направлений, куда должен быть сосредоточен максимум передаваемой энергии).

Исследование АПЛ для случаев с одним и несколькими угловыми направлениями

1. Для случая *одного углового направления* целевой функцией ($K = 1$) является максимизация мощности в этом направлении. Выберем $\theta_{\text{ц1}} = -20^\circ$ и $\theta_{\text{ц2}} = 40^\circ$. Тогда можно спроектировать только матрицу прекодера \mathbf{F} . При этом $\tilde{\mathbf{F}}$ будет состоять только из одного вектора $\tilde{f} \in \tilde{\mathcal{F}}$ и выполняется равенство

$$\tilde{\mathbf{F}}\tilde{\mathbf{F}}^H = \mathbf{1}_{N_{\text{прд}} \times N_{\text{прд}}}.$$

Чтобы решить задачу \mathcal{P}_F , нужно стремиться максимизировать значение мощности для соответствующих угловых положений $\theta_{\text{ц}}$. Для этого выберем $\mathbf{U}_F = \text{diag}\{\mathbf{a}_{\text{прд}}(\theta, f_c)\}$ такую, что

$$\omega_m = 2\pi \frac{f_c}{c} \mathbf{r}_{\text{прд}m}^T \mathbf{u}(\theta_{\text{ц}}) \text{ для всех } m = 1, \dots, N_{\text{прд}}.$$

Результаты математического моделирования АПЛ для $\theta_{\text{ц1}} = -20^\circ$ и $\theta_{\text{ц2}} = 40^\circ$ при $N_{\text{прд}} = 2; 4; 8; 16$ в графическом виде представлены на рис. 1. Распределение мощности на рис. 1 и далее выражено относительно изотропного, всенаправленного распределения мощности ($G(\theta) = \text{const}$) в дБи. Как видно из рисунка, исследуемый АПЛ эффективно сосредотачивает мощность в направлении заданного угла. Кроме того, для всех рассматриваемых случаев $G(\theta_{\text{ц}}) = N_{\text{прд}}$, что подтверждает успешное когерентное сложение

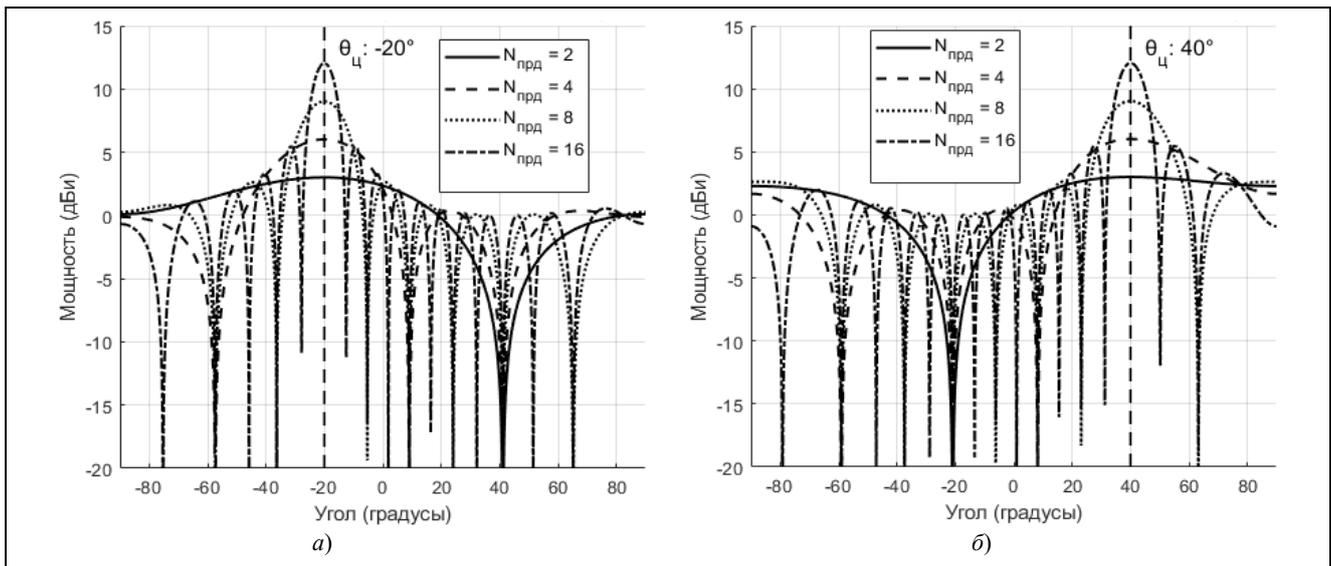


Рис. 1. Полученное в результате математического моделирования распределение мощности для АПЛ с одиночным направлением при $\theta_{\text{ц1}} = -20^\circ$ (а) и $\theta_{\text{ц2}} = 40^\circ$ (б)

Fig. 1. Power distribution for single-direction TB: a – $\theta_{\text{ц1}} = -20^\circ$; b – $\theta_{\text{ц2}} = 40^\circ$

ние всех сигналов в заданном направлении. Как и было отмечено ранее, данный случай для ММО РЛС с $K = 1$ рангом, с точки зрения режима работы и излучаемой мощности, полностью эквивалентен АФАР.

2. Рассмотрим более сложный случай с несколькими угловыми направлениями ($K > 1$). Введем L угловых направлений θ_l , где $l = 1, \dots, L$. Тогда, определив ширину луча как 2Δ , установим фактическую область интереса как объединение всех целевых областей $\Omega = \bigcup_{l=1}^L [\theta_l - \Delta, \theta_l + \Delta]$, а целевую функцию распределения мощности запишем в следующем виде:

$$G_{\Omega}(\theta) = \begin{cases} \frac{N_{\text{прд}}}{L}, & \text{если } \theta \in \Omega, \\ 0, & \text{если } \theta \notin \Omega. \end{cases} \quad (24)$$

Для решения задачи \mathcal{P}_F выберем \mathbf{U}_F и $\tilde{\mathbf{F}}$ для приближения к условию (24). Вначале разделим весь диапазон углов $[-90^\circ, 90^\circ]$ на I углов θ_i с равным шагом и запишем функцию стоимости:

$$C(\mathbf{U}_F, \tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_{N_{\text{прд}}}) = \sum_{i=1}^I [G_{\Omega}(\theta_i) - G(\theta)]^2, \quad (25)$$

где $G(\theta)$ описывается выражением (22).

Таким образом, подставив формулу (25) в (23) в ходе решения задачи \mathcal{P}_F , минимизируем разницу между фактическим распределением и целевым. Для этого можно воспользоваться различными подходами, например, градиентным спуском, как это было сделано в [18]. Однако на практике этот метод часто вызывает сбой в работе АПЛ из-за нахождения локальных минимумов [23–25].

Рассмотрим возможность применения генетического алгоритма (ГА) оптимизации, как наиболее подходящего для работы с большим числом локальных минимумов, обусловленного увеличением числа положений L [26, 27].

Разработанная математическая модель АПЛ для ММО РЛС соответствовала исходным данным для случая с одним направлением, но для нескольких целей. В качестве оптимизации использовали ГА с следующими параметрами: размер популяции – 50; вероятность мутации – 0,1; максимальное число итераций – 200. Порог сходимости при этом был установлен на заведомо низком значении для наглядности сходимости в процессе исследования для выбранного числа итераций.

На рис. 2,а в графическом виде представлены результаты моделирования ДН для $\theta_1 = -45^\circ$ и $\theta_2 = 30^\circ$ при $N_{\text{прд}} = 16$, $K = 3$, $L = 2$ и $\Delta = 2^\circ$, а также график зависимости сходимости целевой функции от числа итераций.

Из рис. 2,а видно, что для данного случая мощность в заданных направлениях увеличилась на 6 и 9 дБ соответственно, а для стабилизации целевой функции потребовалось менее чем 90 итераций.

Приведенные на рис. 2,б результаты моделирования ДН получены для $\theta_1 = -55^\circ$, $\theta_2 = -40^\circ$, $\theta_3 = -25^\circ$, $\theta_4 = 0^\circ$, $\theta_5 = 15^\circ$, $\theta_6 = 50^\circ$ при $N_{\text{прд}} = 16$, $K = 7$, $L = 6$ и $\Delta = 2^\circ$. Из рисунка следует, что мощность в заданных направлениях увеличилась в среднем от 2 до 6 дБ для пяти направлений, а одно направление показало ухудшение на 3 дБ. Целевая функция стабилизировалась менее чем за 80 итераций.

При увеличении числа направлений на увеличение мощности оказывает влияние число антенных элементов. Увеличим в два раза число антенных элементов ($N_{\text{прд}} = 32$), остальные условия оставим прежними: $\theta_1 = -55^\circ$, $\theta_2 = -40^\circ$, $\theta_3 = -25^\circ$, $\theta_4 = 0^\circ$, $\theta_5 = 15^\circ$, $\theta_6 = 50^\circ$, $K = 7$, $L = 6$, $\Delta = 2^\circ$. Полученные для этого случая результаты моделирования ДН приведены на рис. 2,в, откуда следует, мощность в заданных направлениях возросла в среднем на 3–7 дБ для всех направлений. Для стабилизации целевой потребовалось менее 140 итераций.

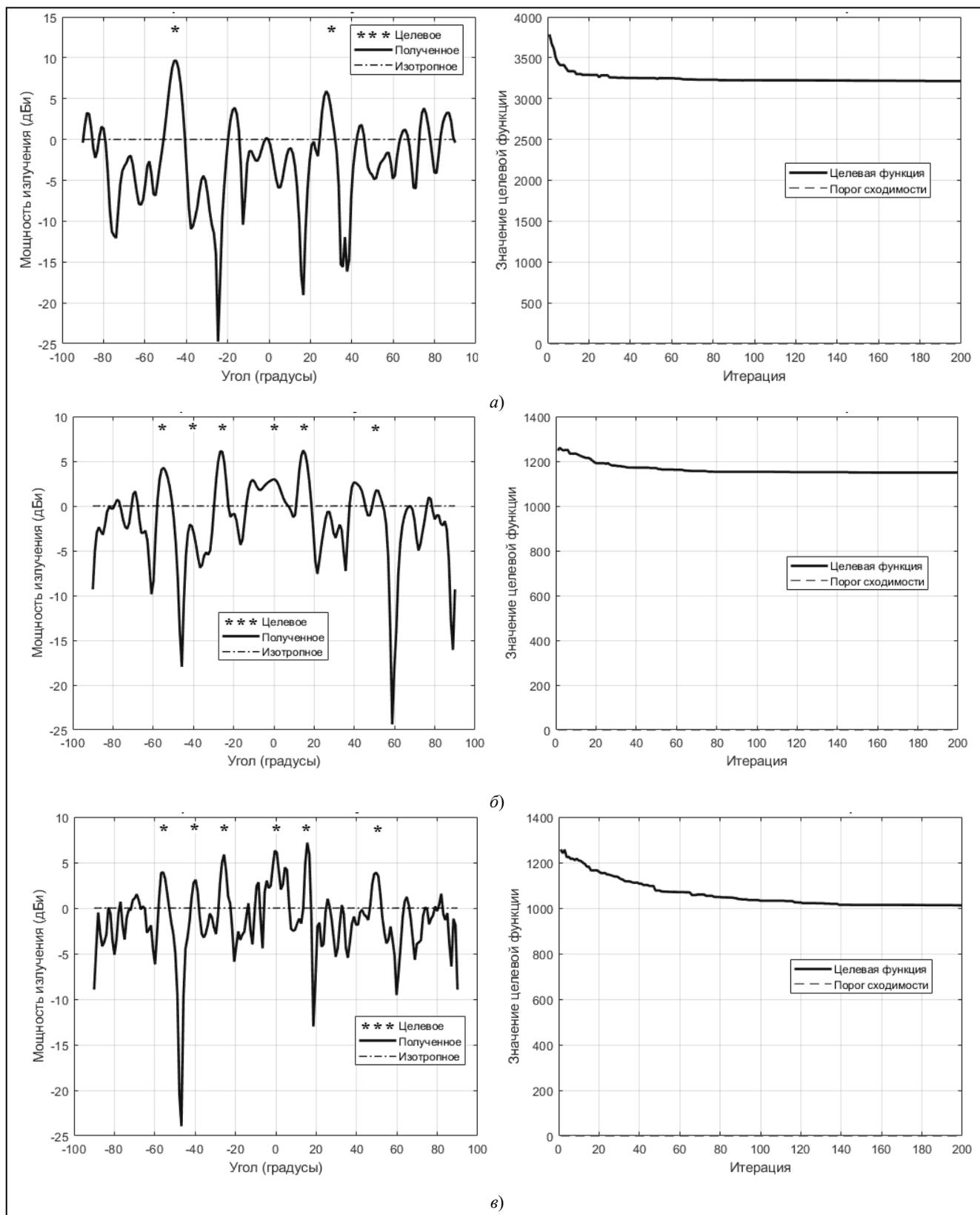


Рис. 2. Графики распределения мощности (слева) и зависимости сходимости от числа итераций (справа) АПЛ для двух (а) и шести (б) целей, а также для шести целей при $N_{\text{прд}} = 32$ (в)

Fig. 2. Power distributions (left) and convergence (right) for 2 targets (a), 6 targets (b) and for 6 targets and $N_{\text{прд}} = 32$ (c)

Исследование АПЛ в ММО РЛС на базе BPSK- и QPSK-сигналов

Проведем исследование работоспособности АПЛ и его характеристик на примере сигналов на основе M -последовательностей. Однако сам выбор конкретного типа псевдошумовой последовательности (ПСП) не так принципиален и все полученные результаты можно применить к другим типам двоичных ПСП (Лежандра, Уолша-Адамара и др.).

Шаг 1. Сформируем $M_{\text{посл}}$ базовых последовательностей и запишем их в матрицу вида

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_{M_{\text{посл}}} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

где $\mathbf{b}_i \in \{0,1\}^{N_{\text{посл}}}$.

Важно стремиться к увеличению $M_{\text{посл}}$ для увеличения в конечном счете мощности $\text{card}(\tilde{\mathcal{F}})$.

Шаг 2. Определим множество всех возможных вариантов циклических сдвигов последовательностей для каждой базовой последовательности:

$$\mathcal{C}_i = \{ \text{mod}(\mathbf{b}_i + \text{circshift}(\mathbf{b}_i, k), 2) \mid k = 0, \dots, N_{\text{посл}} - 1 \}, \quad (27)$$

где $\text{circshift}(\cdot)$ – операция циклического сдвига.

Объединение всех множеств (27) позволяет создать полное множество сигналов для заданных параметров \mathcal{S} .

Выполнив преобразование ПСП $\{0,1\}$ в BPSK-формат $\{-1,1\}$ с помощью простой арифметической операции $\mathcal{C}_i = 1 - 2\mathcal{C}_i$. В результате получим

$$\mathcal{S}_{\text{BPSK}} = \bigcup_{i=1}^{M_{\text{посл}}} \mathcal{C}_i. \quad (28)$$

При решении задачи оптимизации требуются:

1) уникальные последовательности

$$\mathbf{S}_K = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{k1} \\ \vdots \\ \mathbf{s}_{kK} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

где $k_i \neq k_j \quad \forall i \neq j$;

2) элементы, имеющие фазы, кратные π для архитектуры ММО РЛС с BPSK-ограничением и $\frac{\pi}{2}$ для архитектуры ММО РЛС QPSK-ограничением, т.е.

$$\begin{cases} \text{angle}(\mathbf{F}) \in \{0, \pi\} & \text{для BPSK-сигнала,} \\ \text{angle}(\mathbf{F}) \in \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\right\} & \text{для QPSK-сигнала;} \end{cases} \quad (30)$$

3) минимизация взаимной кросс-корреляции выбранных сигналов \mathbf{S}_K .

Таким образом, проектирование прекодера и сигналов можно свести к оптимизационной задаче \mathcal{P}_{PSK} вида

$$\mathcal{P}_{\text{PSK}} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{F}, \mathbf{S}_K} C(\mathbf{F}, \mathbf{S}_K) \\ \text{при} \\ \mathbf{S}_K \in \mathcal{S}_{\text{BPSK}}, \quad \mathbf{S}_K \mathbf{S}_K^H = N_{\text{посл}} \mathbf{I}_K, \\ \text{angle}(\mathbf{F}) \in \{0, \pi\} - \text{ для BPSK-сигнала,} \\ \text{angle}(\mathbf{F}) \in \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\right\} - \text{ для QPSK-сигнала,} \end{array} \right. \quad (31)$$

где целевая функция $C(\mathbf{F}, \mathbf{S}_K)$ является мерой отклонения полученного интегрального (по всем $N_{\text{посл}}$) распределения мощности в пространстве от целевой функции распределения $G_{\text{ц}}(\theta)$ (24), задаваемой вектором целевых направлений и ширин Δ :

$$C(\mathbf{F}, \mathbf{S}_K) = \sum_{m=1}^{N_{\text{посл}}} \sum_{\theta} \left\{ G_{\text{ц}}(\theta) - \left\| \mathbf{a}_{\text{прд}}^H(\theta) \mathbf{F} \mathbf{s}_n \right\|^2 \right\}^2, \quad (32)$$

\mathbf{s}_n – n -й столбец \mathbf{S}_K , $\mathbf{a}_{\text{прд}}^H(\theta)$ задается выражением (3).

Исследование АПЛ для BPSK-сигналов

Проведем исследование АПЛ для случая, когда архитектура ММО РЛС позволяет формировать только фазы $\{0, \pi\}$ на передающих каналах. Для этого была разработана математическая модель АПЛ для ММО РЛС с BPSK-сигналами. В качестве алгоритма оптимизации был выбран ГА с следующими параметрами: размер популяции – 50; вероятность мутации – 0,1; максимальное число итераций – 200. Порог сходимости при этом был установлен на заведомо низком значении, чтобы более полно отражать процесс сходимости в ходе эксперимента.

На рис. 3 в графическом виде представлены результаты моделирования для *одного направления* BPSK-сигналом для $N_{\text{прд}} = 16$, $K = 16$, $M_{\text{посл}} = 4$, $L = 1$ ($\theta_1 = -45^\circ$), $\Delta = 2^\circ$: ДН и график зависимости сходимости целевой функции от числа итераций.

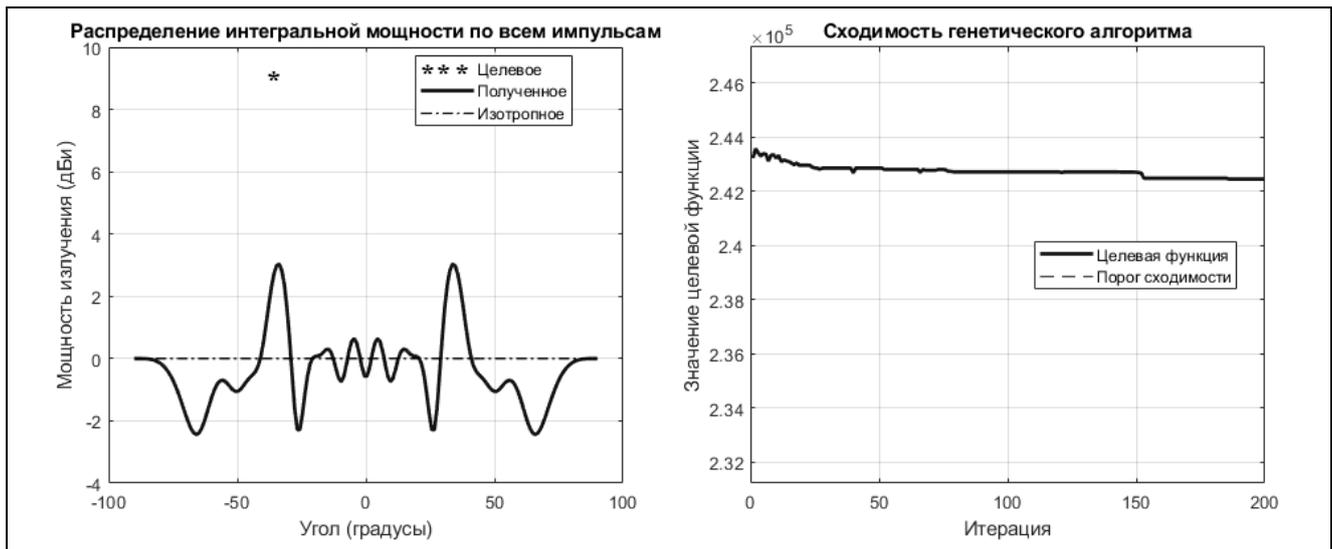


Рис. 3. Графическое представление результатов моделирования для одного целевого направления с BPSK-сигналом при $N_{\text{прд}} = 16$, $K = 16$, $M_{\text{посл}} = 4$, $L = 1$ ($\theta_1 = -45^\circ$), $\Delta = 2^\circ$

Fig. 3. Power distributions and convergence for 1 target direction with BPSK-signal

Из рис. 3 видно, что мощность в заданном направлении увеличилась на 3 дБ, а стабилизация целевой функции произошла менее чем за 180 итераций. Наблюдаемую на рисунке симметричность ДН относительно нормали можно объяснить особенностями и ограничениями BPSK-модуляции – так как значения фаз изменяются только в интервале $\{0, \pi\}$, то оптимизация для определенного направления не зависит от знака угла направления. В целом это не критично для решения задачи оптимизации. Однако для всех случаев, когда целевая функция пространственного распределения мощности $G_c(\theta)$ не является симметричной, решение задачи \mathcal{P}_{PSK} будет неоптимальным из-за постоянного присутствия зеркальных компонент ДН.

Рассмотрим несколько целевых направлений. На рис. 4 представлены полученные в результате исследования ДН для $L = 2$ ($\theta_1 = -45^\circ, \theta_2 = 20^\circ$) и график зависимости сходимости целевой функции от числа итераций.

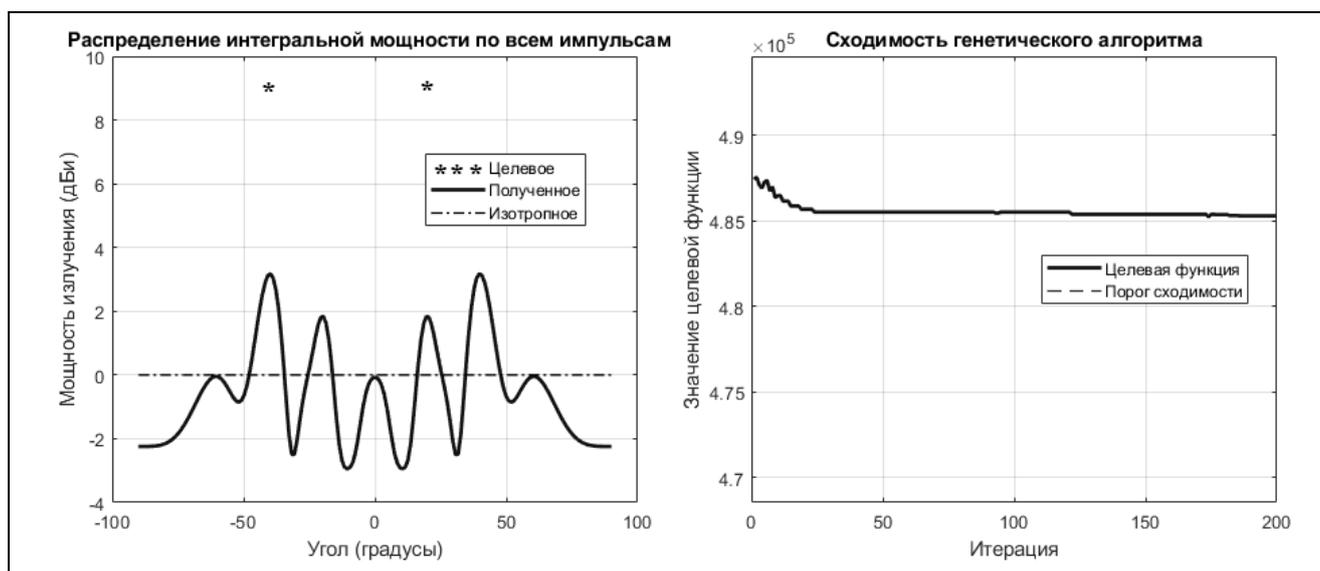


Рис. 4. Графическое представление результатов моделирования для двух целевых направлений с BPSK-сигналом при $N_{\text{прд}} = 16, K = 16, M_{\text{посл}} = 4, L = 2$ ($\theta_1 = -45^\circ, \theta_2 = 20^\circ$), $\Delta = 2^\circ$

Fig. 4. Power distributions and convergence for 2 target direction with BPSK signal

Как следует из рис. 4, мощность в заданных направлениях увеличилась соответственно на 3 и 2 дБ. Целевая функция стабилизировалась менее чем за 190 итераций.

Анализ полученных результатов показал, что разработанный АПЛ для MIMO РЛС на базе BPSK-сигналов работоспособен и для одиночной, и для нескольких целей.

Исследование АПЛ для QPSK-сигналов

Теперь проведем аналогичные исследования АПЛ с QPSK-сигналами. На рис. 5 в графическом виде представлены результаты исследования АПЛ для одиночной цели при $N_{\text{прд}} = 16, K = 16, M_{\text{посл}} = 4, L = 1$ ($\theta_1 = -45^\circ$), $\Delta = 2^\circ$: ДН и график зависимости сходимости целевой функции от числа итераций. Из рисунка следует, что мощность в заданном направлении увеличилась на 5 дБ, а стабилизация целевой функции была достигнута менее чем за 370 итераций. При этом характер самого распределения является несимметричным в отличие от случая с BPSK-сигналами.

Поскольку в этом случае применяемый ГА не сходился за 200 итераций, как это было во всех предыдущих экспериментах, число итераций подбиралось для достижения сходимости целевой функции в устоявшееся значение.

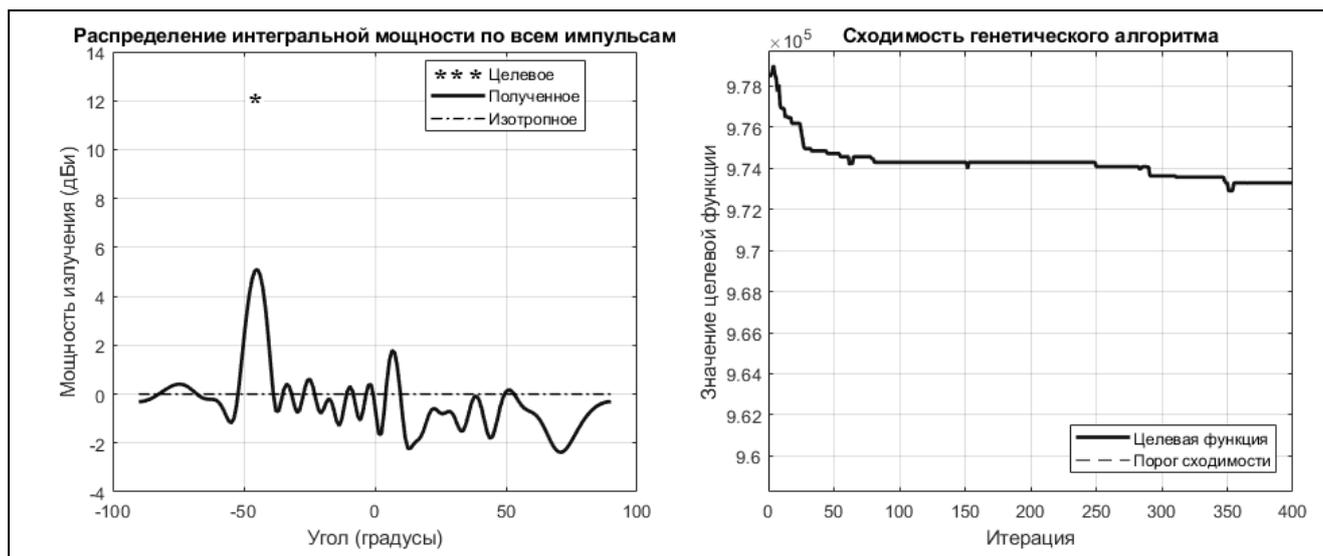


Рис. 5. Графическое представление результатов моделирования для одного целевого направления с QPSK-сигналом при $N_{\text{прд}} = 16$, $K = 16$, $M_{\text{посл}} = 4$, $L = 1$ ($\theta_1 = -45^\circ$), $\Delta = 2^\circ$

Fig. 5. Power distributions and convergence for 1 target direction with QPSK-signal

Построенные распределения для трех направлений ($L = 3$) в точках $\theta_1 = -45^\circ$, $\theta_2 = -5^\circ$ и $\theta_3 = 15^\circ$ приведены на рис. 6, где также представлен график зависимости сходимости от числа итераций. Из рисунка видно, что в данном случае мощность в заданных направлениях увеличилась от 2,2 до 3,5 дБ, а целевая функция стабилизировалась менее чем за 430 итераций.

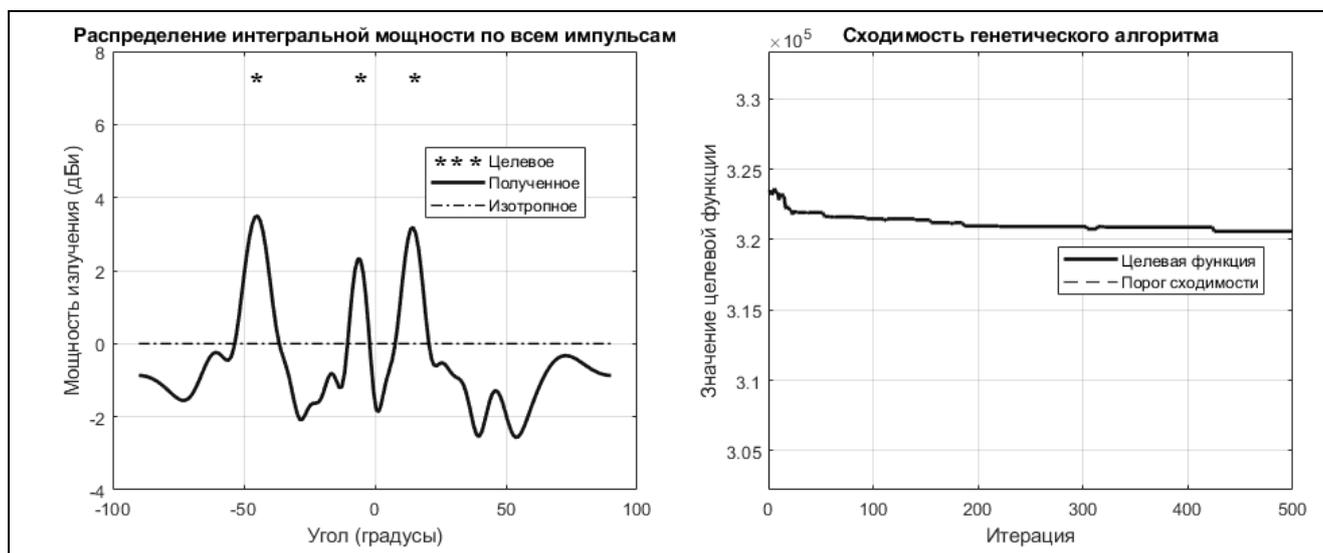


Рис. 6. Графическое представление результатов моделирования для трех направлений ($L = 3$) в точках $\theta_1 = -45^\circ$, $\theta_2 = -5^\circ$ и $\theta_3 = 15^\circ$ с QPSK-сигналом

Fig. 6. Power distributions and convergence for 3 target direction with QPSK-signal

В качестве заключительной проверки рассмотрим пять направлений ($L = 5$) в точках $\theta_1 = -50^\circ$, $\theta_2 = -30^\circ$, $\theta_3 = -10^\circ$, $\theta_4 = 0^\circ$ и $\theta_5 = 15^\circ$, результаты которой приведены на рис. 7 в виде графиков, откуда видно, что мощность в заданных направлениях увеличилась от 2,2 до 3 дБ для четырех направлений и на 0,9 дБ для одного направления. Для стабилизации целевой функции потребовалось менее 590 итераций.

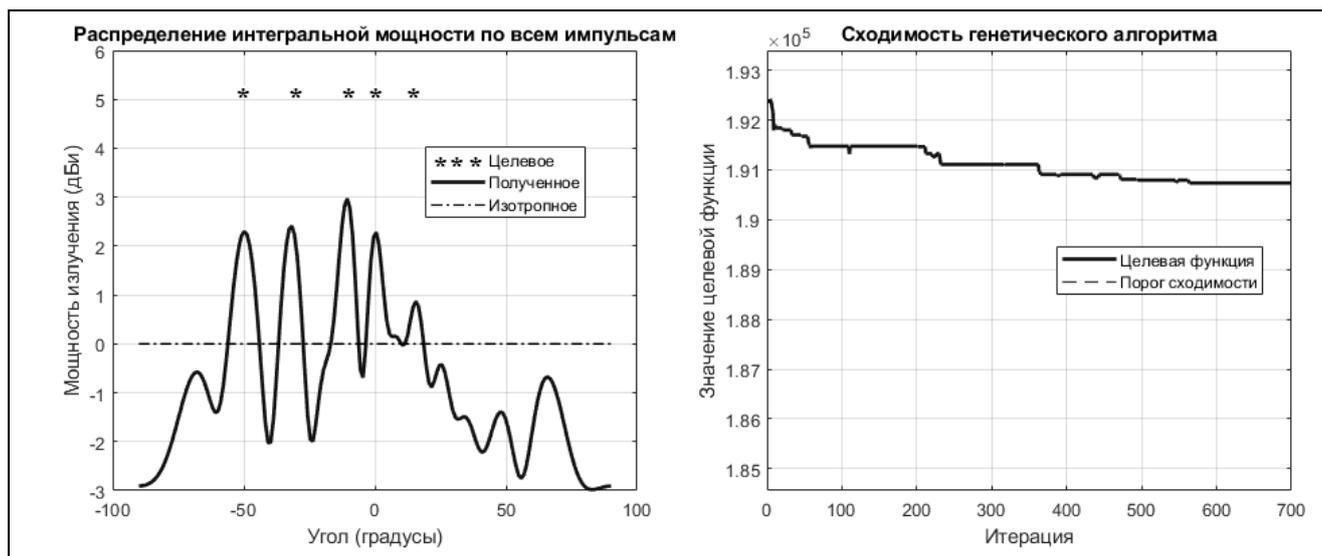


Рис. 7. Графическое представление результатов моделирования для пяти направлений ($L = 5$) в точках $\theta_1 = -50^\circ$, $\theta_2 = -30^\circ$, $\theta_3 = -10^\circ$, $\theta_4 = 0^\circ$ и $\theta_5 = 15^\circ$ с QPSK-сигналом

Fig. 7. Power distributions and convergence for 5 target direction with QPSK-signal

Проведенное исследование показало, что увеличение числа направлений безусловно снижает пиковые значения распределения мощности. Однако это снижение не кратно увеличению числа направлений.

Отметим, что увеличение на 2–5 дБ распределения мощности крайне полезно с точки зрения реализации режима допосиска в РЛС в связи с возможностью кратного сокращения периода зондирования целей в данном направлении, что дает возможность повысить темп определения и выдачи координат в таких РЛС в случае необходимости.

Заключение

В работе представлен алгоритм управления пространственным распределением мощности в ММО РЛС на базе последовательностей Задова-Чу, в котором оптимизация градиентным спуском заменена на ГА. В ходе исследования этого алгоритма подтверждено его успешное функционирование и увеличение излучаемой мощности в целевые направления от 3 до 7 дБ.

Предложенный аналогичный алгоритм формирования пространства лучей для ММО РЛС на базе BPSK- и QPSK-сигналов позволяет формировать матрицы прекодера и сигналов с учетом аппаратных ограничений на формирование фазовых задержек в передающих каналах в этих системах. По результатам отработки алгоритма показана возможность увеличения излучаемой мощности в целевые направления от 2 до 3 дБ для BPSK-сигналов и от 2,2 до 3 дБ для QPSK-сигналов (для трех целевых направлений). Поскольку указанное увеличение достигается только за счет оптимального формирования матриц прекодера и сигналов и не требует каких-либо аппаратных доработок системы, алгоритм может применяться в любых подобных ММО РЛС для соответствующего увеличения отношения сигнал/шум в режимах работы с априорной информацией о целевых угловых областях интереса, например, в режиме допосиска или сопровождения цели.

Список источников

1. Gul M.M.U., Ma X., Lee S. Timing and frequency synchronization for OFDM downlink transmissions using Zadoff Chu sequences // IEEE Trans. Wireless Commun. Mar. 2015. V. 14. № 3. P. 1716–1729.
2. Popovic B.M. Spreading sequences for multicarrier CDMA systems // IEEE Trans. Commun. Jun. 1999. V. 47. № 6. P. 918–926.
3. Ivanov R.N., Baskakov A.I., Olyunin N., Ka M.H. Radar Signals with ZACZ based on pairs of D-Code sequences and their compression algorithm // IEEE Signal Processing Letters. 2018. V. 25. № 10. P. 1560–1564. DOI: 10.1109/LSP.2018.2867734.
4. Лялин К.С., Хасанов М.С., Мелешин Ю.М., Кузьмин И.А. Спектральный метод подавления боковых лепестков автокорреляционной функции длинных псевдослучайных бинарных последовательностей // Труды МАИ. 2018. № 103. С. 23.

5. Мелешин Ю.М., Хасанов М.С., Карпов В.Н. MIMO PLS на базе линейно-частотно модулированных сигналов с быстрой сглаженной фазокодовой манипуляцией // Цифровая обработка сигналов. 2024. № 4. С. 63–68.
6. Зайцев Г.В., Кондранина Н.С., Литвинов Д.М. Оценка характеристик метода несогласованной фильтрации, минимизирующего интегральный уровень боковых лепестков фазокодоманипулированных сигналов // Цифровая обработка сигналов. 2017. № 1.
7. Shi C., Ding L., Wang F., Salous S., Zhou J. Joint target assignment and resource optimization framework for multitarget tracking in phased array radar network // IEEE Syst. J. Sep. 2021. V. 15. № 3. P. 4379–4390.
8. Hassanien A., Vorobyov S.A. Transmit energy focusing for DOA estimation in MIMO radar with colocated antennas // IEEE Trans. Signal Process. Jun. 2011. V. 59. № 6. P. 2669–2682.
9. Wang X., Wang L., Li X., Bi G. Nuclear norm minimization framework for DOA estimation in MIMO radar // Signal Process. Jun. 2017. V. 135. P. 147–152.
10. De Maio Aubry A., Huang Y. MIMO radar beampattern design via PSL/ISL optimization // IEEE Trans. Signal Process. Aug. 2016. V. 64. № 15. P. 3955–3967.
11. Imani S., Ghorashi S.A. Transmit signal and receive filter design in co-located MIMO radar using a transmit weighting matrix // IEEE Signal Process. Lett. Oct. 2015. V. 22. № 10. P. 1521–1524.
12. Gregorio F.H., et al. Analysis and compensation of nonlinear power amplifier effects in multi-antenna OFDM systems. Espoo, Finland: Helsinki Univ. of Technology. 2007.
13. Aldayel O., Monga V., Rangaswamy M. Successive QCQP refinement for MIMO radar waveform design under practical constraints // IEEE Trans. Signal Process. Jul. 2016. V. 64. № 14. P. 3760–3774.
14. Huang Y., Liu C., Song Y., Yu X. DFT codebook-based hybrid precoding for multiuser mmWave massive MIMO systems // EURASIP J. Adv. Signal Process. Dec. 2020. V. 2020. № 1. P. 1–13.
15. Liu, Lau V. Phase only RF precoding for massive MIMO systems with limited RF chains // IEEE Trans. Signal Process. Sep. 2014. V. 62. № 17. P. 4505–4515.
16. Mulkavilli K.K., Sabharwal A., Erkip E., Aazhang B. On beamforming with finite rate feedback in multiple-antenna systems // IEEE Trans. Inf. Theory. Oct. 2003. V. 49. № 10. P. 2562–2579.
17. Raghavan V., Hanly S.V., Veeravalli V.V. Statistical beamforming on the Grassmann manifold for the two-user broadcast channel // IEEE Trans. Inf. Theory. Oct. 2013. V. 59. № 10. P. 6464–6489.
18. Gaydos M.G., Love D.J., Kim T. Constant modulus precoded MIMO radar based on zadoff-chu sequences // IEEE Transactions on Radar Systems. 2024. V. 2. P. 677–689. DOI: 10.1109/TRS.2024.3409029.
19. Proakis J.G. Digital signal processing: principles, algorithms, and applications. Chennai, India: Pearson. 2001.
20. Grillet P.A. Abstract algebra. V. 242. New York, NY, USA: Springer. 2007.
21. Chu D.C. Polyphase codes with good periodic correlation properties // IEEE Trans. Inf. Theory. Jul. 1972. V. IT-18. № 4. P. 531–532.
22. Beyme S., Leung C. Efficient computation of DFT of Zadoff–Chu sequences // Electron. Lett. 2009. V. 45. № 9. P. 461–463.
23. Jordan J. Intro to optimization in deep learning: gradient descent // Paperspace. Series: Optimization. 2018. URL: <https://blog.paperspace.com/intro-to-optimization-in-deep-learning-gradient-descent/>.
24. Каширина И.Л., Демченко М.В. Исследование и сравнительный анализ методов оптимизации, используемых при обучении нейронных сетей // Вестник Воронежского гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. 2018. № 4. С. 123–132.
25. Гасников А.В. Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска. Изд. 2-е, доп. М.: Московский физико-технический институт (государственный университет). 2018. 181 с.
26. Дивеев А.И., Константинов С.В. Эволюционные алгоритмы для решения задачи оптимального управления // Вестник Российского университета дружбы народов. Сер. Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 2. С. 254–265.
27. Goldberg D.E. Genetic Algorithms in search, optimization, and machine learning. AddisonWesley. 1989. 412 p.

Информация об авторе

Юрий Михайлович Мелёшин – к.т.н., доцент,
зам. директора по образовательной деятельности
SPIN: 1094-0240; <https://orcid.org/0000-0002-1512-5784>

Статья поступила в редакцию 21.08.2025
Одобрена после рецензирования 06.10.2025
Принята к публикации 29.12.2025

Original article

Algorithm for controlling spatial power distribution in MIMO-radars with BPSK- and QPSK-signals

Yu.M. Meleshin¹¹ MIET (Moscow, Zelenograd, Russia)¹ i@imym.ru

Abstract

Modern radars built using multiple-input-multiple-output technology (hereinafter referred to as MIMO radars) are constructed using various signal-code structures and methods for ensuring the orthogonality of transmitting signals. The problems of controlling the spatial distribution of power for MIMO radar transmission while maintaining the orthogonality properties of transmitted signals are relevant, while an important direction in the development of MIMO radars is the transition to simple architectures using signals only with binary phase shift keying (BPSK) and quadratic keying (QPSK), such systems allow to abandon the use of digital-to-analog converters in transmitting channels and significantly simplify the implementation. This paper examines in detail the existing methods for controlling the power distribution for MIMO radars based on Zadoff-Chu sequences, which are constructed based on the synthesis of the alphabet of amplitude and phase values of both signals and the spatial precoding matrix. In this case, for the case with one direction, the problem is solved simply analytically, and for cases with several directions, the problem is solved by using optimization algorithms that change the extracted values from the alphabet and estimate the degree of divergence of the target distribution and the one obtained at each search iteration. Within the framework of this work, a replacement of the gradient descent optimization algorithm with a genetic algorithm is proposed, the operability of the proposed approaches is shown, and an increase in power in target directions from 3 to 7 dB is shown. A method for power control in MIMO radars with hardware limitations in terms of the phase values of transmitting element signals, in particular, only BPSK and QPSK, is proposed and investigated. As a result of modeling the proposed method, an increase in the radiated power in target directions from 2 to 3 dB for BPSK signals and from 2.2 to 3 dB (for 3 target directions) for QPSK signals is shown. It is shown that due to the specifics of the BPSK mode implementation, the final power distribution is always symmetrical, which indicates inefficient power distribution, however, even in this mode, the gain in radiated power towards target directions is considered a positive result. In the case of using QPSK signals, it is possible to achieve a significant gain even for 3 ... 5 spatial directions, while such signals can still be generated without using a digital-to-analog converter, using only two digital signals with two levels (for example, generated by FPGA) and a quadrature modulator in each transmitting channel. These results allow increasing the signal-to-noise ratio in operating modes with a priori information about target angular areas of interest, for example, in the additional search or target tracking mode.

Keywords

MIMO radar, radar, radiation pattern, genetic algorithm, Zadoff-Chu sequences, BPSK, QPSK

For citation

Meleshin Yu.M. Algorithm for controlling spatial power distribution in MIMO-radars with BPSK- and QPSK-signals. Radiotekhnika. 2026. V. 90. № 1. P. 54–71. DOI: <https://doi.org/10.18127/j00338486-202601-06> (In Russian)

References

- Gul M.M.U., Ma X., Lee S. Timing and frequency synchronization for OFDM downlink transmissions using Zadoff Chu sequences. *IEEE Trans. Wireless Commun.* Mar. 2015. V. 14. № 3. P. 1716–1729.
- Popovic B.M. Spreading sequences for multicarrier CDMA systems. *IEEE Trans. Commun.* Jun. 1999. V. 47. № 6. P. 918–926.
- Ipanov R.N., Baskakov A.I., Olyunin N., Ka M.H. Radar Signals with ZACZ based on pairs of D-Code sequences and their compression algorithm. *IEEE Signal Processing Letters.* 2018. V. 25. № 10. P. 1560–1564. DOI: 10.1109/LSP.2018.2867734.
- Ljalin K.S., Hasanov M.S., Meleshin Ju.M., Kuz'min I.A. Spektral'nyj metod podavlenija bokovyh lepestkov avtokor-reljacionnoj funkcii dlennyh psevdosluchajnyh binarnyh posledovatel'nostej. *Trudy MAI.* 2018. № 103. S. 23 (in Russian).
- Meleshin Ju.M., Hasanov M.S., Karpov V.N. MIMO RLS na baze linejno-chastotno modulirovannyh signalov s bystroj sglazhennoj fazokodovoj manipuljaciej. *Cifrovaja obrabotka signalov.* 2024. № 4. S. 63–68 (in Russian).
- Zajcev G.V., Kondranina N.S., Litvinov D.M. Ocenka harakteristik metoda nesoglasovannoj fil'tracii, minimiziruju-shhego integral'nyj uroven' bokovyh lepestkov fazokodomanipulirovannyh signalov. *Cifrovaja obrabotka signalov.* 2017. № 1 (in Russian).
- Shi C., Ding L., Wang F., Salous S., Zhou J. Joint target assignment and resource optimization framework for multitarget tracking in phased array radar network. *IEEE Syst. J.* Sep. 2021. V. 15. № 3. P. 4379–4390.
- Hassanien A., Vorobyov S.A. Transmit energy focusing for DOA estimation in MIMO radar with colocated antennas. *IEEE Trans. Signal Process.* Jun. 2011. V. 59. № 6. P. 2669–2682.
- Wang X., Wang L., Li X., Bi G. Nuclear norm minimization framework for DOA estimation in MIMO radar. *Signal Process.* Jun. 2017. V. 135. P. 147–152.
- De Maio Aubry A., Huang Y. MIMO radar beampattern design via PSL/ISL optimization. *IEEE Trans. Signal Process.* Aug. 2016. V. 64. № 15. P. 3955–3967.
- Imani S., Ghorashi S.A. Transmit signal and receive filter design in co-located MIMO radar using a transmit weighting matrix. *IEEE Signal Process. Lett.* Oct. 2015. V. 22. № 10. P. 1521–1524.
- Gregorio F.H., et al. Analysis and compensation of nonlinear power amplifier effects in multi-antenna OFDM systems. Espoo, Finland: Helsinki Univ. of Technology. 2007.
- Aldayel O., Monga V., Rangaswamy M. Successive QCQP refinement for MIMO radar waveform design under practical constraints. *IEEE Trans. Signal Process.* Jul. 2016. V. 64. № 14. P. 3760–3774.

14. Huang Y., Liu C., Song Y., Yu X. DFT codebook-based hybrid precoding for multiuser mmWave massive MIMO systems. EURASIP J. Adv. Signal Process. Dec. 2020. V. 2020. № 1. P. 1–13.
15. Liu, Lau V. Phase only RF precoding for massive MIMO systems with limited RF chains. IEEE Trans. Signal Process. Sep. 2014. V. 62. № 17. P. 4505–4515.
16. Mulkavilli K.K., Sabharwal A., Erkip E., Aazhang B. On beamforming with finite rate feedback in multiple-antenna systems. IEEE Trans. Inf. Theory. Oct. 2003. V. 49. № 10. P. 2562–2579.
17. Raghavan V., Hanly S.V., Veeravalli V.V. Statistical beamforming on the Grassmann manifold for the two-user broadcast channel. IEEE Trans. Inf. Theory. Oct. 2013. V. 59. № 10. P. 6464–6489.
18. Gaydos M.G., Love D.J., Kim T. Constant modulus precoded MIMO radar based on zadoff-chu sequences. IEEE Transactions on Radar Systems. 2024. V. 2. P. 677–689. DOI: 10.1109/TRS.2024.3409029.
19. Proakis J.G. Digital signal processing: principles, algorithms, and applications. Chennai. India: Pearson. 2001.
20. Grillet P.A. Abstract algebra. V. 242. New York. NY. USA: Springer. 2007.
21. Chu D.C. Polyphase codes with good periodic correlation properties. IEEE Trans. Inf. Theory. Jul. 1972. V. IT-18. № 4. P. 531–532.
22. Beyme S., Leung C. Efficient computation of DFT of Zadoff–Chu sequences. Electron. Lett. 2009. V. 45. № 9. P. 461–463.
23. Jordan J. Intro to optimization in deep learning: gradient descent. Paperspace. Series: Optimization. 2018. URL: <https://blog.paperspace.com/intro-to-optimization-in-deep-learning-gradient-descent/>.
24. Kashirina I.L., Demchenko M.V. Issledovanie i sravnitel'nyj analiz metodov optimizacii, ispol'zuemyh pri obuchenii nejronnyh setej. Vestnik Voronezhskogo gos. un-ta. Ser. Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii. 2018. № 4. S. 123–132 (in Russian).
25. Gasnikov A.V. Sovremennye chislennye metody optimizacii. Metod universal'nogo gradientnogo spuska. Izd. 2-e, dop. M.: Moskovskij fiziko-tehnicheskij institut (gosudarstvennyj universitet). 2018. 181 s. (in Russian).
26. Diveev A.I., Konstantinov S.V. Jevoľucionnye algoritmy dlja reshenija zadachi optimal'nogo upravlenija. Vestnik Rossijskogo universiteta družby narodov. Ser. Inženernye issledovanija. 2017. T. 18. № 2. S. 254–265 (in Russian).
27. Goldberg D.E. Genetic Algorithms in search, optimization, and machine learning. AddisonWesley. 1989. 412 p.

Information about the author

Yury M. Meleshin – Ph.D. (Eng.), Associate Professor,
Deputy Director of the Institute of Microdevices and Control Systems (MCS)

The article was submitted 21.08.2025

Approved after reviewing 06.10.2025

Accepted for publication 29.12.2025