Научная статья
УДК 530.12, 531.51
DOI: https://doi.org/10.18127/j20700970-202403-03

Параметризация влияния модифицированных теорий гравитации на характеристики космологических возмущений

И.В. Фомин[1]

[1] Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (Москва, Россия)
[1] fomin_iv@bmstu.ru

Аннотация

Постановка проблемы. В настоящее время рассматривается большое число моделей ранней вселенной на основе гравитации Эйнштейна и ее различных модификаций. Для построения сценариев эволюции ранней вселенной, как правило, используются инфляционные модели с определенными параметрами, предсказания которых сопоставляются с наблюдательными данными. Единый метод классификации инфляционных моделей в контексте их верификации отсутствует.

Цель. Предложить новый метод классификации моделей космологической инфляции в контексте их верификации по наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений; параметризации влияния модифицированных теорий гравитации на значения параметров космологических моделей оценка данных параметров для верифицированных по наблюдательным данным космологических моделей.

Результаты. Предложены метод классификации космологических моделей по порядку разложения зависимости тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений; метод верификации произвольных моделей космологической инфляции на основе учета неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне. Обсуждается обобщение данного подхода на произвольные модификации гравитации Эйнштейна.

Практическая значимость. Предложенная классификация моделей космологической инфляции дает возможность рассматривать критерий их соответствия наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений вне зависимости от типа модификации гравитации Эйнштейна. Также, рассмотренный подход параметризации влияния модифицированных теорий гравитации на характеристики космологических возмущений и фоновых параметров инфляционных моделей позволяет рассматривать космологические модели с произвольными фоновыми параметрами как принципиально верифицированные по наблюдательным ограничениям.

Ключевые слова

Космологическая инфляция, скалярные поля, космологические возмущения, модифицированные теории гравитации

Исследование выполнено при финансовой поддержке в рамках Дополнительного соглашения №073-03-2024-060/1 от 13.02.2024 к Соглашению о предоставлении субсидии из федерального бюджета на финансовое обеспечение выполнения государственного задания на оказание государственных услуг (выполнения работ) № 073-03-2024-060 от 18.01.2024, заключенным между ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова» и Министерством просвещения Российской Федерации.

Для цитирования

Фомин И.В. Параметризация влияния модифицированных теорий гравитации на характеристики космологических возмущений // Нелинейный мир. 2024. Т. 22. № 3. С. 19–29. DOI: https://doi.org/10.18127/j20700970-202403-03

A brief version in English is given at the end of the article

Введение

На данном этапе развития представлений о характере эволюции вселенной выделяют четыре основных стадии: 1) инфляционная, 2) преобладания излучения, 3) преобладания вещества, 4) повторного ускоренного расширения вселенной в современную эпоху ее эволюции [1–3].

Для решения проблем теории Большого Взрыва, объяснения происхождения вещества во вселенной, формирования крупномасштабной структуры вселенной, т.е. для построение непротиворечивых сценариев эволюции вселенной необходимо предположить существование инфляционной стадии ускоренного расширения вселенной на временах близких ко времени Планка [1–3].

1. Космологические модели ранней вселенной в системе единиц $8\pi G = m_p^{-2} = c = 1$ можно рассматривать на основе следующего вида действия:

$$S = \int d^4x \left(\mathcal{L}_g + \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_{\text{int}}\right), \tag{1}$$

где плотность лагранжиана гравитационной части действия можно разложить по кривизне следующим образом [3]:

$$\mathcal{L}_g\left(R\right) = \Lambda + \frac{1}{2}R + \alpha_1 R^2 + \alpha_2 R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + \alpha_3 R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} + \ldots . \tag{2}$$

Нулевой член разложения $\mathcal{L}_g\left(0\right) = \Lambda$ соответствует космологической постоянной, второй член разложения – гравитации Эйнштейна, а остальные члены разложения – высшим поправкам по кривизне.

В частном случае, поправки высших порядков по кривизне можно рассматривать как скаляр Гаусса–Бонне:

$$R^2_{\text{GB}} = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R^2,$$

который является топологическим инвариантом и оказывает влияние на космологическую динамику в пространстве с числом измерений выше четырех и в случае неминимальной связи с материальными полями [4–6].

2. Для построения и анализа моделей космологической инфляции рассматриваются вид действия, соответствующий различным модификациям гравитации Эйнштейна [7].

В простейших моделях космологической инфляции материальная часть лагранжиана определяется как [1–3]

$$\mathcal{L}_m = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V\left(\phi\right), \tag{3}$$

где ϕ – некоторое скалярное поле; $V(\phi)$ – потенциал скалярного поля; $g^{\mu\nu}$ – метрический тензор пространства-времени.

Неминимальная связь скалярного поля и кривизны определяется третьим слагаемым $\mathcal{L}_{\text{int}}$, и для случая гравитации Эйнштейна $\mathcal{L}_{\text{int}} = 0$.

Представление (1) достаточно условно, поскольку космологическая постоянная появляется в выражении для потенциала скалярного поля, также, в случае неминимальной связи поля и кривизны компоненты гравитационной части действия переходят в плотность лагранжиана $\mathcal{L}_{\text{int}}$.

Одно из достижений инфляционной космологии – объяснение происхождения крупномасштабной структуры вселенной и наблюдаемой анизотропии и поляризации реликтового излучения на основе теории космологических возмущений [1–3].

Таким образом, *корректные инфляционные модели должны соответствовать наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений, полученных из непосредственных наблюдений реликтового излучения [8, 9] и наблюдательные ограничения позволяют определить класс верифицированных инфляционных моделей на основе различных теорий гравитации*.

Ц е л ь р а б о т ы – развитие нового метода классификации моделей космологической инфляции в контексте их верификации по наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений.

Также, на основе данного подхода, предложен анализ соответствия моделей космологической инфляции наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений для случая гравитации Эйнштейна и гравитации Эйнштейна-Гаусса-Бонне.

Параметры космологических возмущений

Согласно теории космологических возмущений, на стадии инфляции квантовые флуктуации скалярного поля порождают соответствующие возмущения метрики пространства-времени. В рамках теории космологических возмущений наблюдаемая анизотропия и поляризация реликтового излучения объясняются действием двух типов возмущений: 1) скалярных, 2) тензорных или реликтовых гравитационных волн. Возмущения третьего типа – векторные возмущения, быстро затухают в процессе ускоренного расширения ранней Вселенной [1–3].

Измерения анизотропии и поляризации реликтового излучения дают соответствующие ограничения на значения спектральных параметров космологических возмущений, которые, согласно современным наблюдательным данным, оцениваются как [8, 9]

$$\mathcal{P}_S = 2{,}1\times 10^{-9}\,, \tag{4}$$

$$n_S = 0{,}9663 \pm 0{,}0041\,, \tag{5}$$

$$r < 0{,}032\,, \tag{6}$$

где $\mathcal{P}_S$ – спектр мощности скалярных возмущений; n_S – спектральный индекс скалярных возмущений; $r = \mathcal{P}_T / \mathcal{P}_S$ – отношение квадратов амплитуд (значений спектров мощности скалярных и тензорных возмущений на пересечении радиуса Хаббла) тензорных возмущений и скалярных возмущений (тензорно-скалярное отношение).

Поскольку условие (4) всегда может быть выполнено посредством выбора параметров модели [1–3], для сравнения предсказаний инфляционных моделей с данными наблюдений анизотропии и поляризации реликтового излучения, достаточно рассмотреть такие параметры космологических возмущений: 1) спектральный индекс скалярных возмущений n_S, 2) тензорно-скалярное отношение r.

Поскольку наблюдательное значение спектрального индекса скалярных возмущений равно $n_S \simeq 0{,}97$ и $1 - n_S \simeq 0{,}03 \ll 1$, то зависимость $r = r(1-n_S)$ можно представить в виде

$$r = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \left(1 - n_S\right)^k = \beta_0 + \beta_1 \left(1 - n_S\right) + \beta_2 \left(1 - n_S\right)^2 + \ldots, \tag{7}$$

где $\left(1 - n_S\right)$ – малый параметр разложения; β_k – постоянные положительные коэффициенты, зависящие как от типа инфляционной модели, так и от вида теории гравитации.

В нулевом порядке разложения $r(0) = \beta_0 = 0$, что следует из условия $r(n_S = 1) = 0$ соответствующего плоскому спектру Харрисона–Зельдовича [3]. Таким образом, можно переписать выражение (7) в следующем виде:

$$r = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \left(1 - n_S\right)^k = \beta_1 \left(1 - n_S\right) + \beta_2 \left(1 - n_S\right)^2 + \ldots. \tag{8}$$

Если *космологическая модель удовлетворяет наблюдательным ограничениям в некотором порядке разложения (8), то остальными порядками разложения можно пренебречь, поскольку они вносят существенно меньший вклад в величину тензорно-скалярного отношения.*

Космологические модели на основе гравитации Эйнштейна

Построение и анализ моделей космологической инфляции, включая эволюцию космологических возмущений, подробно представлены во многих работах (см., например, в [1–3]).

Космологические модели на основе ОТО в системе единиц $8\pi G = m_p^{-2} = c = 1$ рассматриваются на основе следующего действия [1–3]:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right], \tag{9}$$

где R – скалярная кривизна; ϕ – скалярное поле; $V(\phi)$ – потенциал скалярного поля; $g^{\mu\nu}$ – метрический тензор пространства-времени.

Для пространственно плоской метрики Фридмана–Робертсона–Уокера [1–3]

$$ds^2 = -dt^2 + a^2 \delta_{ij} dx^i dx^j \,, \tag{10}$$

где $a = a(t)$ – масштабный фактор; t – космическое время.

Варьируя действие по метрике и полю, получим следующие уравнения космологической динамики [1–3]:

$$3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)\,, \tag{11}$$

$$-3H^2 - 2\dot{H} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)\,, \tag{12}$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'_\phi = 0\,, \tag{13}$$

где $V'_\phi = \dfrac{dV}{d\phi}$, $H(t) = \dfrac{\dot{a}}{a}$ – параметр Хаббла.

Ввиду того, что только два из трех уравнений (11)–(13) являются независимыми, данную систему уравнений можно записать в виде [1, 2]

$$V(\phi(t)) = 3H^2 + \dot{H}\,, \tag{14}$$

$$\dot{\phi}^2 = -2\dot{H}\,. \tag{15}$$

Это позволяет определить остальные параметры космологической модели для заданного параметра Хаббла $H = H(t)$ с учетом того, что параметр Хаббла положительный $H(t) > 0$ (исходя из ускоренного расширения вселенной) и принимает действительные значения.

Систему уравнений (8), (9) можно представить в виде уравнений типа Гамильтона–Якоби или Иванова–Салопека–Бонда [1, 2]:

$$V(\phi) = 3H^2 - 2H'^2_\phi\,, \tag{16}$$

$$\dot{\phi} = -2H'_\phi\,, \tag{17}$$

где параметр Хаббла рассматривается как функция скалярного поля $H = H(\phi)$.

Параметры космологических возмущений для моделей космологической инфляции на основе гравитации Эйнштейна на пересечении радиуса Хаббла $k = aH$ определяются следующим образом [1–3]:

$$n_S - 1 = -4\varepsilon + 2\delta\,, \tag{18}$$

$$r = \frac{\mathcal{P}_T}{\mathcal{P}_S} = 16\varepsilon\,, \tag{19}$$

где параметры медленного скатывания

$$\varepsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = 2\left(\frac{H'_\phi}{H}\right)^2, \tag{20}$$

$$\delta = -\frac{\ddot{H}}{2H\dot{H}} = 2\frac{H''_\phi}{H}\,. \tag{21}$$

В течение инфляции $\varepsilon \ll 1$, $\delta \ll 1$, что соответвует ускоренному расширению ранней вселенной по квази-экспоненциальному закону $a(t) \approx a_0 \exp(\lambda t)$ (соответствующего квази-де ситтеровской стадии) для любых инфляционных моделей [1–3].

Рассмотрим инфляционные модели первого порядка в разложении (8) на основе линейной зависимости между параметрами медленного скатывания:

$$\delta=\left(1-\frac{n}{m}\right)\varepsilon\,, \tag{22}$$

где n и m – некоторые постоянные.

После подстановки данного соотношения в выражения (18), (19) получим линейную зависимость тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений:

$$r=\frac{8m}{m+n}\left(1-n_S\right). \tag{23}$$

Также из зависимости (22) и выражений (20), (21) определим соответствующий параметр Хаббла:

$$H(\phi)=\begin{cases} A\exp(B\phi), & n=0, \\ A(\phi+c_1)^{m/n}, & n\neq 0, \end{cases} \tag{24}$$

где A, B и c_1 – некоторые постоянные.

Для $n=0$ из выражения (23) для $n_s\simeq 0,97$ получим

$$r=8\left(1-n_S\right)\simeq 0,24\,, \tag{25}$$

что не соответствует наблюдательному ограничению $r<0,032$.

После подстановки параметра Хаббла (24) для $n\neq 0$ в уравнения (16), (17) получим точные решения уравнений космологической динамики:

$$V(\varphi)=3A^2\varphi^{\frac{2m}{n}}-\frac{2m^2}{n^2}A^2\varphi^{\frac{2}{n}(m-n)}, \tag{26}$$

$$\varphi(t)=\left[\frac{2Am}{n^2}(m-2n)t+c_2\right]^{\frac{n}{2n-m}}, \tag{27}$$

$$H(t)=A\left[\frac{2Am}{n^2}(m-2n)t+c_2\right]^{\frac{m}{2n-m}}, \tag{28}$$

где $\varphi=\phi+c_1$ и c_2 – константа интегрирования.

Поскольку параметр Хаббла принимает только действительные значения для произвольных значений постоянных параметров и космического времени, то из выражения (28) определим следующее условие:

$$\frac{m}{2n-m}=\pm 2k,\quad k=\pm 1/2,1,2,3,\ldots. \tag{29}$$

Для $k=\pm 1/2$ из выражения (29) получим $n=m$, что соответствует

$$r=4\left(1-n_S\right)\simeq 0,12>0,032\,. \tag{30}$$

Для $k\to\pm\infty$ из уравнения (29) получим $n=m/2$, что соответствует

$$r=\frac{16}{3}\left(1-n_S\right)\simeq 0,16>0,032\,. \tag{31}$$

Выражения для параметра Хаббла и скалярного поля для $n=m/2$ можно определить непосредственно из уравнений космологической динамики (16)–(17):

$$\varphi(t) = c_3 \exp(-4At), \tag{32}$$

$$H(t) = Ac_3^2 \exp(-8At), \tag{33}$$

где c_3 – константа интегрирования.

Таким образом, модели космологической инфляции первого порядка в разложении (8) для гравитации Эйнштейна не соответствуют наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений, следовательно, в разложении (8) рассматриваем условие $\beta_1 = 0$.

Для инфляционных моделей на основе квадратичного соотношения между параметрами медленного скатывания

$$\varepsilon = m\delta^2. \tag{34}$$

Из выражений (18), (19), с учетом условия $\delta \ll 1$, получим кваратичную зависимость тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений:

$$r = 4m(1 - n_S)^2. \tag{35}$$

Для данной зависимости, с учетом $n_s \simeq 0{,}97$ и $0 < r < 0{,}032$, условия на постоянный параметр $0 < m < 8{,}8$.

Таким образом, *инфляционная модель на основе квадратичной связи между параметрами медленного скатывания (34) удовлетворяет произвольным наблюдательным ограничениям на вклад реликтовых гравитационных волн в анизотропию и поляризацию реликтового излучения.*

Также из выражений (34) и (20), (21) параметр Хаббла:

$$H(\phi) = c_1 + c_2 \exp\left(\mp \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{m}}\phi\right), \tag{36}$$

где c_1 и c_2 – постоянные интегрирования.

Далее рассмотрим только решение с верхним знаком.

Из уравнения космологической динамики (16), (17) определим остальные фоновые параметры данной модели:

$$\phi(t) = \sqrt{2m}\ln\left(\frac{c_2}{m}(t + c_3)\right), \tag{37}$$

$$H(t) = c_1 + \frac{m}{t + c_3}, \tag{38}$$

$$V(\phi) = 3c_1^2 + 6c_1c_2 \exp\left(-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{m}}\phi\right) + \frac{c_2^2}{m}(3m - 1)\exp\left(-\sqrt{\frac{2}{m}}\phi\right), \tag{39}$$

где c_3 – постоянная интегрирования.

Из уравнения (38) и определения параметра Хаббла $H(t) = \dot{a}/a$ получим выражение для масштабного фактора::

$$a(t) \sim \exp(c_t t)(t + c_3)^m. \tag{40}$$

Данная модель экспоненциально-степенной инфляции содержит комбинацию решений де Ситтера и Фридмана, и рассматривалась в [10–13]. В [10] было показано, что данная модель в частном случае $m = 3/4$ соответствует модели инфляции на основе расширенной теории гравитации Старобинского $f(R) = R + 2\alpha_1 R^2$ [14, 15].

Таким образом, *для гравитации Эйнштейна, инфляционные модели второго порядка в разложении (8) удовлетворяют наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений.*

Тем не менее, модификации гравитации Эйнштейна подразумевают отличие эволюции космологических возмущений от общей теории относительности, и, следовательно, отличие выражений параметров космологических возмущений от (18), (19).

В контексте классификации космологических моделей по порядку разложения (8) зависимости тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений, влияние модификаций гравитации Эйнштейна можно представить следующим образом:

$$r \simeq (\beta_1 + \Delta)(1 - n_S), \tag{41}$$

где Δ – постоянный параметр, определяющий влияние модифицированных теорий гравитации на зависимость тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений в линейном порядке разложения (8).

Очевидно, что соотношение (41) с одной стороны соответствует дополнительному условию (условиям) на параметры модифицированных теорий гравитации, с другой стороны – дает возможность верификации произвольных инфляционных моделей наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений.

Космологические модели на основе гравитации Эйнштейна-Гаусса-Бонне

В качестве примера рассмотрим влияние поправок, связанных с высшими членами по кривизне в плотности лагранжиана (1), на основе гравитации Эйнштейна–Гаусса–Бонне, с соответствующим действием вида [4–6]

$$S_{GB} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}R - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi_{GB}\partial_\nu\phi_{GB} - V_{GB}(\phi_{GB}) - \frac{1}{2}\xi(\phi_{GB})R^2_{GB}\right], \tag{42}$$

где функция $\xi(\phi_{GB})$ – неминимальная связь скалярного поля и скаляра Гаусса–Бонне.

Для случая пространственно плоской метрики Фридмана–Робертсона–Уокера (10) уравнения космологической динамики на основе действия (38) записываются следующим образом:

$$3H^2_{GB} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2_{GB} + V_{GB} + 12\dot{\xi}H^3_{GB}, \tag{43}$$

$$\dot{\phi}^2_{GB} = -2\dot{H}_{GB} + 4\ddot{\xi}H^2_{GB} + 4\dot{\xi}H_{GB}\left(2\dot{H}_{GB} - H^2_{GB}\right), \tag{44}$$

$$\ddot{\phi}_{GB} + 3H_{GB}\dot{\phi}_{GB} + \frac{\partial V_{GB}(\phi_{GB})}{\partial\phi_{GB}} + 12H^2_{GB}\left(\dot{H}_{GB} + H^2_{GB}\right)\frac{\partial\xi(\phi_{GB})}{\partial\phi_{GB}} = 0, \tag{45}$$

Для $\xi(\phi_{GB}) = \mathrm{const}$ данные уравнения сводятся к уравнениям космологической динамики для гравитации Эйнштейна (11)–(13), т.е. $H_{GB} \to H$, $\phi_{GB} \to \phi$ и $V_{GB} \to V$.

Из трех уравнений (43)–(45) только два являются независимыми. В [6] представлена связь между параметром Хаббла для гравитации Эйнштейна–Гаусса–Бонне H_{GB} и для гравитации Эйнштейна H

$$H = H_{GB}\left(1 - 2\dot{\xi}H_{GB}\right), \tag{46}$$

что позволяет записать уравнения (43)–(45) в виде

$$V_{GB}(\phi_{GB}) = -2H^2_{GB} + 5HH_{GB} + \dot{H}, \tag{47}$$

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}_{GB}^2 = -\dot{H} + HH_{GB} - H_{GB}^2 . \tag{48}$$

В [6] показано, что *условия медленного скатывания подразумевают слабое влияние неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса–Бонне на космологическую динамику, однако, такая связь может иметь существенное влияние на эволюцию космологических возмущений и значения их параметров.*

При определенном выборе функции неминимальной связи

$$\xi(\phi_{GB}) = \frac{\alpha_{GB}}{4H^2(\phi_{GB})} + \xi_0 , \tag{49}$$

связь между решениями уравнений (43)–(45) и (11)–(13) может быть записана в виде:

$$V_{GB}(\phi_{GB}) = V(\phi_{GB}) + 2\alpha_{GB}\left(\frac{dH(\phi_{GB})}{d\phi_{GB}}\right)^2 , \tag{50}$$

$$H_{GB} = H(1+\alpha_{GB}\varepsilon) \simeq H , \tag{51}$$

$$\phi_{GB} = \phi\sqrt{1-\alpha_{GB}} , \tag{52}$$

где α_{GB} – константа связи скалярного поля и скаляра Гаусса–Бонне.

Параметры космологических возмущений [6]

$$n_{S(GB)} - 1 = -4\varepsilon + 2\delta = n_S - 1 , \tag{53}$$

$$r_{GB} = 16(1-\alpha_{GB})\varepsilon = (1-\alpha_{GB})r . \tag{54}$$

Таким образом, выбор функции неминимальной связи вида (49) соответствует переходу от функциональных к параметрическим соотношениям между инфляционными на основе гравитации Эйнштейна и Эйнштейна–Гаусса–Бонне.

Для космологических моделей первого порядка на основе соотношения (22) в разложении (8) зависимость тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений

$$r = \frac{8m(1-\alpha_{GB})}{m+n}(1-n_S) , \tag{55}$$

где $\Delta = -\frac{8m}{m+n}\alpha_{GB}$.

Это позволяет получить на основе (30) оценки для константы связи поля и скаляра Гаусса–Бонне:

$$0,73 < \alpha_{GB} < 1 . \tag{56}$$

Из точных решений уравнений космологической динамики для инфляционных на основе гравитации Эйнштейна (26)–(28) и соотношений (49)–(52) получим фоновые параметры для гравитации Эйнштейна–Гаусса–Бонне:

$$\xi(\varphi_{GB}) = \frac{\alpha_{GB}}{4A^2}\left(\frac{\varphi_{GB}}{\sqrt{1-\alpha_{GB}}}\right)^{\frac{2m}{n}} + \xi_0 , \tag{57}$$

$$V(\varphi_{GB}) = 3A^2\left(\frac{\varphi_{GB}}{\sqrt{1-\alpha_{GB}}}\right)^{\frac{2m}{n}} - \frac{2m^2}{n^2}A^2(1-\alpha_{GB})\left(\frac{\varphi_{GB}}{\sqrt{1-\alpha_{GB}}}\right)^{\frac{2}{n}(m-n)} , \tag{58}$$

$$\varphi_{GB}(t) = (1-\alpha_{GB})^{1/2} \times \left[\frac{2Am}{n^2}(m-2n)t + c_2\right]^{\frac{n}{2n-m}}, \quad (59)$$

$$H_{GB}(t) \simeq A\left[\frac{2Am}{n^2}(m-2n)t + c_2\right]^{\frac{m}{2n-m}}, \quad (60)$$

где $\varphi_{GB} = \phi_{GB} + c_1$.

Таким образом, *с учетом неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса–Бонне, космологические модели в первом (линейном) порядке разложения зависимости тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений (8) соответствуют наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений.*

В данном случае влияние неминимальной связи на фоновые параметры космологических моделей и параметры космологических возмущений определяется одним дополнительным постоянным параметром $0,73 < \alpha_{GB} < 1$.

Заключение

Предложен метод классификации моделей космологической инфляции по порядку разложения зависимости тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений $r = r(1-n_S)$, в котором данные модели соответствуют наблюдательным ограничениям.

Показано, что в первом порядке разложения модели космологической инфляции на основе гравитации Эйнштейна не соответствуют наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений, однако, во втором порядке разложения $r \sim (1-n_S)^2$ данные модели соответствуют произвольным ограничениям на значения параметров космологических возмущений, чему соответствует экспоненциально-степенная инфляционная модель.

Однако модификация гравитации Эйнштейна позволяет рассматривать модели космологической инфляции с линейным соотношением $r \sim (1-n_S)$ и произвольными фоновыми параметрами в качестве верифицированных по наблюдательным данным.

В качестве примера представлены модели космологической инфляции на основе гравитации Эйнштейна-Гаусса-Бонне, для которых функциональная связь с параметрами моделей на основе гравитации Эйнштейна была преобразована в параметрическую для специального выбора функции неминимальной связи.

Предложенный подход можно обобщить на случай других модификаций гравитации Эйнштейна, рассматривая модификацию описания гравитационного взаимодействия в контексте появления дополнительных параметров в моделях космологической инфляции, позволяющих верифицировать произвольные модели по наблюдательным ограничениям.

Список источников

1. *Фомин И.В., Червон С.В., Морозов А.Н.* Гравитационные волны ранней Вселенной. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2018. 156 с.
2. *Chervon S., Fomin I., Yurov V., Yurov A.* Scalar Field Cosmology. Series on the Foundations of Natural Science and Technology, V. 13 (WSP, Singapur, 2019). https://doi.org/10.1142/11405
3. *Baumann D., McAllister L.* Inflation and String Theory, Cambridge Monographs on Mathematical Physics (Cambridge University Press, 2015). https://doi.org/10.1017/CBO9781316105733
4. *Kanti P., Rizos J., Tamvakis K.* Singularity free cosmological solutions in quadratic gravity. Phys. Rev. D. 1999. V. 59. P. 083512. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.59.083512
5. *Nojiri S., Odintsov S.D., Sasaki M.* Gauss-Bonnet dark energy. Phys. Rev. D. 2005. V. 71. P. 123509. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.71.123509
6. *Fomin I.* Gauss-Bonnet term corrections in scalar field cosmology. Eur. Phys. J. C. 2020. V. 80(12). P. 1145. https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-08718-w

7. *Odintsov S.D., Oikonomou V.K., Giannakoudi I., Fronimos F.P., Lymperiadou E.C.* Recent Advances in Inflation. Symmetry. 2023. V. 15(9). P. 1701. https://doi.org/10.3390/sym15091701
8. *Aghanim N.* et al. [Planck]. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. Astron. Astrophys. 2020. V. 641. P. A6. https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910
9. *Tristram M., Banday A.J., G'orski K.M.* et al. Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck data. Phys. Rev. D. 2022. V. 105(8). P. 083524. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.105.083524
10. *Fomin I., Chervon S.* Exact and Slow-Roll Solutions for Exponential Power-Law Inflation Connected with Modified Gravity and Observational Constraints. Universe. 2020. V. 6(11). P. 199. https://doi.org/10.3390/universe6110199
11. *Fomin I. V., Chervon S.V., Tsyganov A.V.* Generalized scalar-tensor theory of gravity reconstruction from physical potentials of a scalar field. Eur. Phys. J. C. 2020. V. 80(4). P. 350. https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-7893-y
12. *Tripathy S.K., Mishra B., Khlopov M., Ray S.* Cosmological models with a hybrid scale factor. Int. J. Mod. Phys. D. 2021. V. 30(16). P. 2140005. https://doi.org/10.1142/S0218271821400058
13. *Aydiner E., Basaran-Oz I., Dereli T., Sarisaman M.* Late time transition of Universe and the hybrid scale factor. Eur. Phys. J. C. 2022. V. 82(1). P. 39. https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-09996-2
14. *Starobinsky A.A.* A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. Phys. Lett. B. 1980. V. 91. P. 99-102. https://doi.org/10.1016/0370-2693(80)90670-X
15. *Mishra S.S., Sahni V., Toporensky A.V.* Initial conditions for Inflation in an FRW Universe. Phys. Rev. D. 2018. V. 98(8). P. 083538. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.083538

Информация об авторе

Игорь Владимирович Фомин – д.ф.-м.н., профессор кафедры физики, факультет «Фундаментальные науки»
SPIN-код: 4676-2672

Статья поступила в редакцию 15.05.2024
Одобрена после рецензирования 03.07.2024
Принята к публикации 28.08.2024

Original article

Parameterization of the influence of modified gravity theories on the characteristics of cosmological perturbations

I.V. Fomin[1]

[1] Bauman Moscow State Technical University (Moscow, Russia)
[1] fomin_iv@bmstu.ru

Abstract

Currently, a large number of models of the early universe based on Einstein gravity and its various modifications are being considered. To construct scenarios for the evolution of the early universe, as a rule, inflationary models with certain parameters which are compared with observational data are used. There is no unified method for classifying inflation models in the context of their verification in the literature..

This paper is devoted to the development of a new method for classifying cosmological inflation models in the context of their verification using observational restrictions on the values of cosmological perturbations parameters. Development of a method for parameterizing the influence of modified theories of gravity on the values of parameters of cosmological models and evaluation of these parameters for cosmological models verified by observational data.

A classification of cosmological models is proposed according to the order of expansion of the dependence of the tensor-scalar ratio on the spectral index of scalar perturbations. A method for verifying arbitrary models of cosmological inflation is proposed based on taking into account the non-minimal coupling between the scalar field and the Gauss-Bonnet scalar. The generalization of this approach to arbitrary modifications of Einstein gravity is discussed.

The proposed classification of cosmological inflationary models allows to consider the criterion of their compliance with observational constraints on the values of the parameters of cosmological perturbations, regardless of the type of modification of Einstein gravity. Also, the considered approach to parameterizing the influence of modified theories of gravity on the characteristics of cosmological perturbations and background parameters of inflationary models allows one to consider cosmological models with arbitrary background parameters as fundamentally verified by observational constraints.

Keywords

Cosmological inflation, scalar fields, cosmological perturbations, modified theories of gravity

For citation

Fomin I.V. Parameterization of the influence of modified gravity theories on the characteristics of cosmological perturbations. Nonlinear World. 2024. V. 22. № 3. P. 19–29. DOI: https://doi.org/10.18127/ j20700970-202403-03 (In Russian)

REFERENCES

1. *Fomin I.V., CHervon S.V., Morozov A.N.* Gravitacionnye volny rannej Vselennoj. M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana. 2018. 156 s. (In Russian).
2. *Chervon S., Fomin I., Yurov V., Yurov A.* Scalar Field Cosmology. Series on the Foundations of Natural Science and Technology, V. 13 (WSP, Singapur, 2019). https://doi.org/10.1142/11405
3. *Baumann D., McAllister L.* Inflation and String Theory, Cambridge Monographs on Mathematical Physics (Cambridge University Press, 2015). https://doi.org/10.1017/CBO9781316105733
4. *Kanti P., Rizos J., Tamvakis K.* Singularity free cosmological solutions in quadratic gravity. Phys. Rev. D. 1999. V. 59. P. 083512. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.59.083512
5. *Nojiri S., Odintsov S.D., Sasaki M.* Gauss-Bonnet dark energy. Phys. Rev. D. 2005. V. 71. P. 123509. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.71.123509
6. *Fomin I.* Gauss-Bonnet term corrections in scalar field cosmology. Eur. Phys. J. C. 2020. V. 80(12). P. 1145. https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-08718-w
7. *Odintsov S.D., Oikonomou V.K., Giannakoudi I., Fronimos F.P., Lymperiadou E.C.* Recent Advances in Inflation. Symmetry. 2023. V. 15(9). P. 1701. https://doi.org/10.3390/sym15091701
8. *Aghanim N.* et al. [Planck]. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. Astron. Astrophys. 2020. V. 641. P. A6. https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910
9. *Tristram M., Banday A.J., G'orski K.M.* et al. Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck data. Phys. Rev. D. 2022. V. 105(8). P. 083524. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.105.083524
10. *Fomin I., Chervon S.* Exact and Slow-Roll Solutions for Exponential Power-Law Inflation Connected with Modified Gravity and Observational Constraints. Universe. 2020. V. 6(11). P. 199. https://doi.org/10.3390/universe6110199
11. *Fomin I. V., Chervon S.V., Tsyganov A.V.* Generalized scalar-tensor theory of gravity reconstruction from physical potentials of a scalar field. Eur. Phys. J. C. 2020. V. 80(4). P. 350. https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-7893-y
12. *Tripathy S.K., Mishra B., Khlopov M., Ray S.* Cosmological models with a hybrid scale factor. Int. J. Mod. Phys. D. 2021. V. 30(16). P. 2140005. https://doi.org/10.1142/S0218271821400058
13. *Aydiner E., Basaran-Oz I., Dereli T., Sarisaman M.* Late time transition of Universe and the hybrid scale factor. Eur. Phys. J. C. 2022. V. 82(1). P. 39. https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-09996-2
14. *Starobinsky A.A.* A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. Phys. Lett. B. 1980. V. 91. P. 99-102. https://doi.org/10.1016/0370-2693(80)90670-X
15. *Mishra S.S., Sahni V., Toporensky A.V.* Initial conditions for Inflation in an FRW Universe. Phys. Rev. D. 2018. V. 98(8). P. 083538. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.083538

Information about the author

Igor V. Fomin – Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor of Physics Department, Faculty of Fundamental Sciences

The article was submitted 15.05.2024
Approved after reviewing 03.07.2024
Accepted for publication 28.08.2024